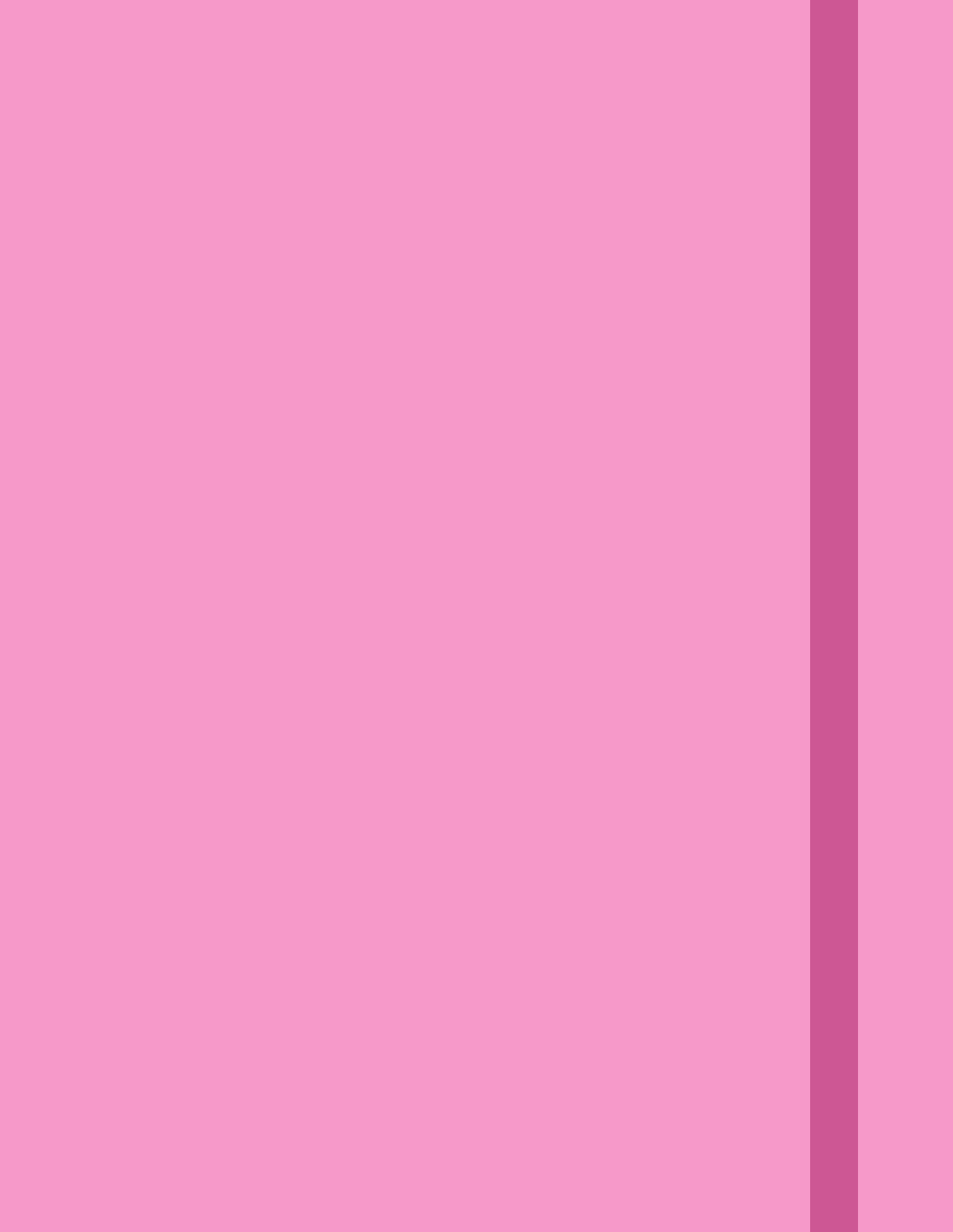




**KEP/SBTE Teoretická elektrotechnika**

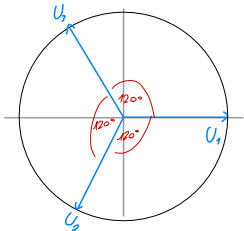
| Okruhy otázek |                                                       | Upřesnění                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.            | Trojfázová soustava                                   | Definice trojfázové soustavy, fázové napětí, sdružené napětí. Symetrická trojfázová soustava. Zapojení zdrojů do hvězdy, do trojúhelníku. Nesymetrická trojfázová soustava. Výkon v trojfázové soustavě.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 2.            | Přechodné jevy                                        | Přechodné děje v obvodech 1. řádu se stejnosměrným zdrojem. Přechodné děje v obvodech 1. řádu s harmonickým zdrojem. Přechodné děje v obvodech 2. řádu. Metoda stavových proměnných.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 3.            | Dvojbrany                                             | Charakteristické rovnice dvojbranu. Metody určování charakteristických matic dvojbranů. Spojování dvojbranů. Přenosové vlastnosti dvojbranu. Frekvenční charakteristiky.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 4.            | Neharmonické průběhy napětí a proudů                  | Rozklad neharmonických průběhů – vyšší harmonické. Řešení obvodů s neharmonickými průběhy napětí a proudů. Výkony v neharmonických obvodech.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 5.            | Stacionární magnetické pole                           | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny, rozložení pole. Indukčnost vlastní a vzájemná. Energie v magnetickém poli. Síly ve stacionárním magnetickém poli. Magnetické obvody, základní vztahy, výpočet toku a indukčnosti.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 6.            | Elektrostatické pole                                  | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny, rozložení pole. Kapacita a její výpočet pro typická uspořádání. Energie a síly v elektrostatickém poli.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 7.            | Elektrické proudové pole                              | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny, rozložení pole. Odpor a jeho výpočet pro typická uspořádání. Krokové napětí.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 8.            | Okrajové úlohy a jejich formulace                     | Stacionární tvar parciálních diferenciálních rovnic pro potenciál. Analytické řešení jednoduchých okrajových úloh v planární symetrii. Analytické řešení jednoduchých okrajových úloh v osové symetrii.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 9.            | Nestacionární elektromagnetické pole                  | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny. Elektromagnetická indukce. Indukované napětí.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 10.           | Elektrodynamické potenciály                           | Integrální výrazy pro potenciály. Metoda zrcadlení. Výpočet provozních parametrů (odpor, kapacita, indukčnost) pro typická uspořádání.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 11.           | Pohyb částic v elektromagnetickém poli                | Pohyb nabitých částic v elektromagnetickém poli. Elektrické a magnetické vychylování. Pohybové rovnice.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 12.           | Elektromagnetické vlnění                              | Homogenní vedení s rozprostřenými parametry. Vlnové rovnice a jejich šíření. Blízké a vzdálené pole. Šíření rovinné, válcové a kulové vlny volným prostorem.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 13.           | Elektrická vodivost materiálů                         | Podstata elektrické vodivosti kovů, elektrický odpor, porovnání elektrické vodivosti kovových a polovodičových materiálů (velikost, teplotní závislost). Vodivé materiály nejčastěji používané v elektrotechnice – vlastnosti a použití. Rezistorové materiály – druhy rezistorů, realizace nízkopříkonových rezistorů, realizace rezistorů pro elektrotepelnou přeměnu. Supravodivý jev – teoretický popis supravodivosti, druhy supravodičů, využití supravodivého jevu v elektrotechnice.                                                                                                                                          |
| 14.           | Vlastnosti dielektrických materiálů a jejich aplikace | Dielektrikum v elektrickém poli – princip polarizace dielektrika, polární a nepolární dielektrika, druhy polarizací, dielektrické ztráty. Druhy elektroizolačních materiálů a příklady jejich aplikace v elektrotechnice. Plynná a kapalná dielektrika v elektrotechnice – obecné vlastnosti, porovnání s ostatními typy dielektrik, příklady použití v elektrotechnice. Anorganické izolační materiály – obecné vlastnosti, porovnání s ostatními typy dielektrik, příklady použití v elektrotechnice. Speciální dielektrické materiály – typy speciálních dielektrických materiálů, princip polarizace, aplikace v elektrotechnice. |
| 15.           | Magnetické vlastnosti materiálů a jejich využití      | Proces magnetování ve fero- a ferimagnetických materiálech, hysterezní smyčka, ztráty v magnetických materiálech. Základní typy magnetických materiálů užívaných v elektrotechnice – rozdělení, základní porovnání, příklady jednotlivých skupin a jejich aplikace v elektrotechnice. Magneticky měkké materiály – obecné vlastnosti, příklady jejich aplikace. Magnetická anizotropie. Magneticky tvrdé materiály – typy materiálů, základní parametry, porovnání materiálů z hlediska energetické hustoty, příklady aplikací.                                                                                                       |

|     |                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 16. | <b>Polymerní materiály v elektrotechnice</b>             | Přírodní polymerní izolační materiály – zástupci, popis struktur a vlastností, příklady aplikací v elektrotechnice. Syntetické polymery – typy polymerů, obecné vlastnosti, příklady aplikací v elektrotechnice. Termoplastické polymerní materiály – vztah mezi strukturou a vlastnostmi, zástupci, příklady aplikací v elektrotechnice. Kompozitní materiály v elektrotechnice – rozdělení kompozitů, příklady aplikací v elektrotechnice.                                                                                                                                                                                                                                  |
| 17. | <b>Chyby a nejistoty měření</b>                          | Příčiny vzniku chyb měření, druhy chyb (systematická, náhodná, hrubá, absolutní, relativní chyba). Chyba analogového a digitálního přístroje (třída přesnosti ručkového přístroje, způsoby udávání chyb u digitálních přístrojů, příklady výpočtu). Nejistoty měření (standardní nejistota typu A, standardní nejistota typu B, kombinovaná a rozšířená nejistota).                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 18. | <b>Měření aktivních elektrických veličin</b>             | Měření AC a DC proudu, napětí a výkonu (zapojení jednotlivých měřidel do obvodu, vlastní spotřeba měřidla, princip magnetoele. popř. feromagn. A-metru/V-metru, princip elektrodynamického W-metru, princip a blokové schéma elektronického W-metru, kompenzační a komparační metody měření proudu a napětí). Měření spotřeby elektrické energie (vztah mezi výkonem a energií, princip měření spotřeby el. energie – obecně, princip indukčního elektroměru + vlastností, princip a blokové schéma elektronického elektroměru + vlastností). Měření frekvence a fázového posuvu (princip a blokové schéma čítače, využití osciloskopu k měření frekvence a fázového posuvu). |
| 19. | <b>Měření odporů a impedancí</b>                         | Měření odporů (Ohmova metoda a srovnávací metody – princip, vliv způsobu zapojení přístrojů s ohledem na vlastní spotřebu měřidel, Wheatstoneův můstek, dvou vodičové a čtyřvodičové připojení). Měření impedancí, náhradní zapojení cívky a kondenzátoru (zapojení náhradních obvodů, dualita náhr. obvodů, ztrátový úhel, ztrátové číslo, jakost). Měření parametrů cívek a kondenzátorů (můstkové metody – pouze obecné schéma a princip, měření cívek pomocí V-metru, A-metru a W-metru, metoda 3 V-metrů).                                                                                                                                                               |
| 20. | <b>Digitální multimetr</b>                               | Blokové uspořádání DMM (obecné uspořádání pro měření U, I, R). Způsoby měření U/I/R pomocí DMM (princip převodu jednotlivých vstupních veličin na napětí). Převodník TrueRMS, aktivní usměrňovač (přímý a nepřímý výpočtový převodník TRMS, tepelný převodník TRMS – blokové uspořádání, principy, vlastnosti; rozdíl mezi TRMS převodníkem a aktivním usměrňovačem). ADC v DMM (princip integračního ADC, charakteristické vlastnosti, princip potlačení sériového rušení).                                                                                                                                                                                                  |
| 21. | <b>Regulace a ovládání</b>                               | Blokové schéma regulační smyčky. Příklad regulované soustavy s popisem signálů. Rozdíl mezi řízením v uzavřené a otevřené smyčce. Příklad regulačního děje.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 22. | <b>Regulátory lineární a dvouhodnotové</b>               | Základní typy lineární regulátorů a jejich časová odezva. Vlastnosti regulátorů a popis fungování. Přenos regulátorů a frekvenční charakteristiky. Popis fungování dvouhodnotové regulace.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 23. | <b>Analýza regulačního obvodu, stavový popis systému</b> | Algebra blokových schémat. Stavový popis systému. Blokové schéma stavového popisu s popisem bloků a signálů. Frekvenční popis systému.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 24. | <b>Syntéza regulačního obvodu</b>                        | Chování regulované soustavy. Frekvenční kritéria stability. Příklad praktického použití vybraného kritéria stability. Praktický příklad použití stavového regulátoru.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

|    |                     |                                                                                                                                                                                                             |
|----|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Trojfázová soustava | Definice trojfázové soustavy, fázové napětí, sdružené napětí.<br>Symetrická trojfázová soustava. Zapojení zdrojů do hvězdy, do trojúhelníku. Nesymetrická trojfázová soustava. Výkon v trojfázové soustavě. |
|----|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

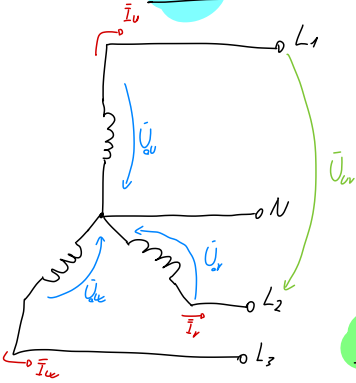
Definice 3-fázové soustavy

- symetrické uspořádání 3AC zdrojů - stejné  $U$
- stejná  $f$
- $\varphi = 120^\circ$



Zapojení

Hvězda



Fázové U - mezi fází a N

$- \bar{U}_U, \bar{U}_V, \bar{U}_W$

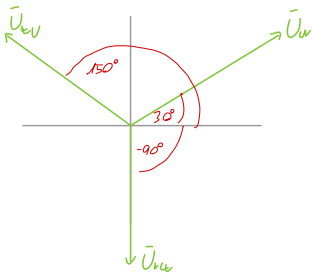
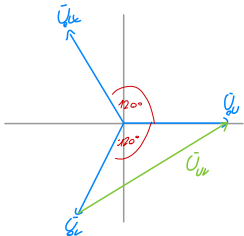
Sdružení U - mezi fázemi

$- \bar{U}_{UV}, \bar{U}_{VW}, \bar{U}_{WU}$

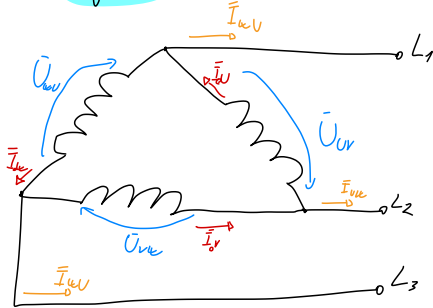
$- U_s = \sqrt{3} \cdot U_f$

Fázový proud = sdružený proud

$- \bar{I}_U, \bar{I}_V, \bar{I}_W$



Trojúhelník



Fázové I - ze zdrojů

$- \bar{I}_U, \bar{I}_V, \bar{I}_W$

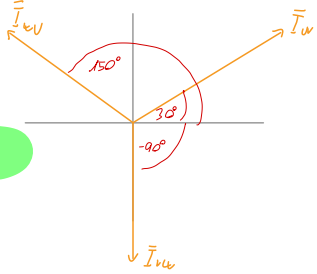
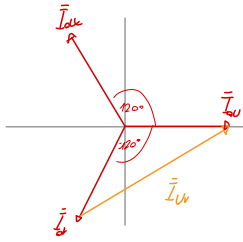
Sdružené I - na přírodních vodičích

$- \bar{I}_{UV}, \bar{I}_{VW}, \bar{I}_{WU}$

$- I_s = \sqrt{3} \cdot I_f$

Sdružené napětí = fázové napětí

$- \bar{U}_{UV}, \bar{U}_{VW}, \bar{U}_{WU}$





## Nesymetrická soustava (zátěž)

-  $U$  nebo  $I$  nejsou stejné velká (různá zátěž)

### Hvězda

-  $\vec{I}_U + \vec{I}_V + \vec{I}_C \neq 0 \rightarrow \vec{I}_N \neq 0 \dots$  naklakan točie proud

$\rightarrow$  nulak drží střed hvězdy na poměrní potenciálu

$\rightarrow U_f$  je pořadí 230V

- pokud není nulak připojen - různé proudy

- střed hvězdy se posune (uzel plově)

- každá fáze má jiné napětí

### Trojúhelník

-  $\vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C \dots \vec{I}_{AB} + \vec{I}_{BC} + \vec{I}_{CA}$

$\rightarrow$  nerovnoměrné zatížení

- není nulak vodič  $\rightarrow$  není posun středu

## Výkony

Nesymetrická soustava (sčítání fází):

Činný:  $P = U_U \cdot I_U \cdot \cos \phi_U + U_V \cdot I_V \cdot \cos \phi_V + U_W \cdot I_W \cdot \cos \phi_W$

Jalový:  $Q = U_U \cdot I_U \cdot \sin \phi_U + U_V \cdot I_V \cdot \sin \phi_V + U_W \cdot I_W \cdot \sin \phi_W$

Zdanlivý:  $S = |\vec{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}$

$S_\Delta$  je 3x větší než  $S_Y$

## Symetrická soustava:

Činný:  $3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \phi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \phi$

Jalový:  $3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \phi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \phi$

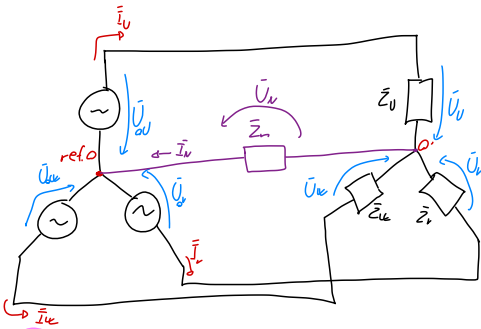
Zdanlivý:  $S = |\vec{S}| = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$

Spotřebič zapojení do hvězdy:  $U = \sqrt{3} \cdot U_f$ ;  $I = I_f$

Spotřebič zapojení do trojúhelníka:  $U = U_f$ ;  $I = \sqrt{3} \cdot I_f$

## Příklady

Soustava K-V (nesymetrická, se  $\vec{Z}_N$ )



I.K.Z. pro  $O'$ :  $\vec{I}_U + \vec{I}_V + \vec{I}_W - \vec{I}_N = 0$

Rozepiši:  $\frac{\vec{U}_U \cdot \vec{U}_U}{\vec{Z}_U} + \frac{\vec{U}_V \cdot \vec{U}_V}{\vec{Z}_V} + \frac{\vec{U}_W \cdot \vec{U}_W}{\vec{Z}_W} - \frac{\vec{U}_N}{\vec{Z}_N} = 0$

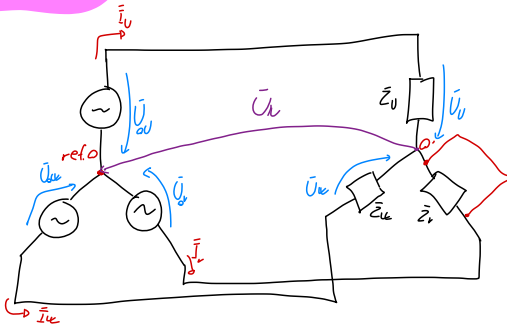
Výsledek:  $\vec{U}_N = \frac{U_U \vec{Z}_V \vec{Z}_W + U_V \vec{Z}_W \vec{Z}_U + U_W \vec{Z}_U \vec{Z}_V}{\vec{Z}_U \vec{Z}_V + \vec{Z}_V \vec{Z}_W + \vec{Z}_W \vec{Z}_U}$

Tedy už zjistím vše: ...

a)  $\vec{Z}_N = \infty \rightarrow \vec{I}_N = 0$  a vše je stejné

b)  $\vec{Z}_N = 0 \rightarrow U_N = 0V \dots U_{UV} = U_U$  atd...

c) Zkrat na fázi ( $\bar{z}_r = 0$ )



$$\bar{U}_v = \bar{U}_{ov} - \bar{U}_{or}$$

$$\bar{U}_w = \bar{U}_{ow} - \bar{U}_{or}$$

$$\bar{U}_n = \bar{U}_{or}$$

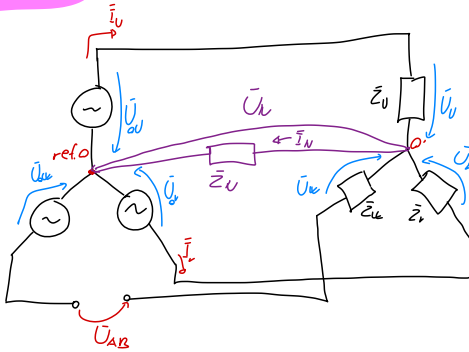
$$\bar{I}_v = \frac{\bar{U}_v}{\bar{Z}_v}$$

$$\bar{I}_w = \frac{\bar{U}_w}{\bar{Z}_w}$$

$$\bar{I}_v = -\bar{I}_v - \bar{I}_w$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

d) Rozpojenná fáza



$$\bar{U}_n = \frac{\bar{U}_{ov} \cdot \bar{F}_v + \bar{U}_{or} \cdot \bar{F}_r}{\bar{F}_u + \bar{F}_v + \bar{F}_r} \rightarrow \bar{I}_n$$

$$\bar{U}_v = \bar{U}_{ov} - \bar{U}_n \rightarrow \bar{I}_v$$

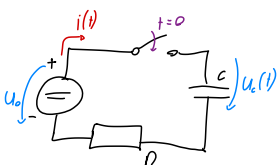
$$\bar{U}_r = \bar{U}_{or} - \bar{U}_n \rightarrow \bar{I}_r$$

$$\bar{U}_w = 0V \rightarrow \bar{I}_w = 0A$$

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_{ow} - \bar{U}_n$$

|                |                                                                                                                                                                                            |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Přechodné jevy | Přechodné děje v obvodech 1. řádu se stejnosměrným zdrojem.<br>Přechodné děje v obvodech 2. řádu s harmonickým zdrojem.<br>Přechodné děje v obvodech 2. řádu. Metoda stavových proměnných. |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 1. Řád - SS zdroj



$$\begin{aligned} t < 0: & u_C(0) = 0 \\ & i_C(0) = 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} t < 0: \\ u_C(0) = 0 \\ i_C(0) = 0 \end{aligned}} \right\} \text{přední ustálený stav}$$

$$\begin{aligned} t = 0^+: & u_C(0^+) = 0 \\ & i_C(0^+) = \frac{U_0}{R} = \frac{U_0 - u_C(0^+)}{R} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} t = 0^+: \\ u_C(0^+) = 0 \\ i_C(0^+) = \frac{U_0}{R} \end{aligned}} \right\} \text{začátek přechodového děje}$$

$$\begin{aligned} t \rightarrow \infty: & u_C(\infty) = U_0 \\ & i_C(\infty) = 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} t \rightarrow \infty: \\ u_C(\infty) = U_0 \\ i_C(\infty) = 0 \end{aligned}} \right\} \text{nový ustálený stav... partikulární řešení}$$

## Formulace rovnice:

$$U_0 = u_C(t) + u_R(t) = u_C(t) + R \cdot i_C(t) = u_C(t) + R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot u_C = \frac{U_0}{RC} \quad \dots \text{řešená ODR 1. řádu}$$

### 1. Homogenní rce

$$y' + \frac{1}{RC} \cdot y = 0$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot u_C = 0$$

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0 \quad \dots \text{char. rce}$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC} \quad \dots \text{kořen char. rce}$$

$$\tau = -\frac{1}{\lambda} = RC \quad \dots \text{časová konst.}$$

$$u_{CH} = K \cdot e^{\lambda t} = K \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \dots \text{homogenní řešení}$$

### 2. Partikulární řešení

$$u_{CP} = u_C(\infty) = U_0$$

### 3. Řešení

$$u_C = u_{CH} + u_{CP} = K \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + U_0 \quad \dots \text{obecné řešení}$$

$$u_C(0) = K \cdot e^{-\frac{0}{RC}} + U_0 = 0 \quad \dots \text{počáteční podm. } u_C(0)$$

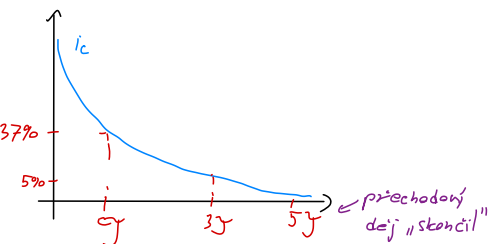
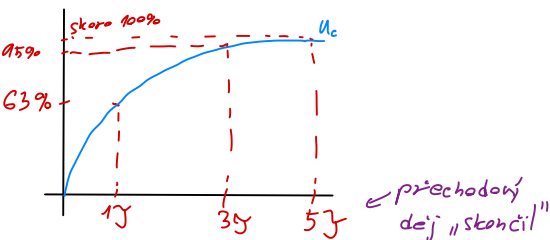
$$u_C(0) = K \cdot e^{-\frac{0}{RC}} + U_0 = 0$$

$$K = -U_0$$

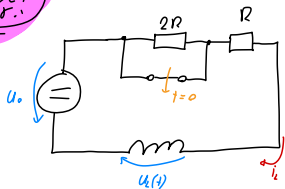
$$\rightarrow u_C(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + U_0 = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

### 4. Proud i(t)

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \left( -U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + U_0 \right) = C \cdot (+U_0) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \left( \frac{1}{RC} \right) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



P11



$$t < 0: i_L = 0 \\ i_L = \frac{U_0}{R} \\ U_{2R} = 0$$

$$t = 0^+: U_L = -U_{2R} = -\frac{U_0}{R} \cdot 2R \\ i_L = \frac{U_0}{R} \\ U_{2R} = i_L \cdot 2R = \frac{U_0}{R} \cdot 2R$$

$$t \rightarrow \infty: i_L = 0 \\ i_L = \frac{U_0}{3R} \\ U_{2R} = U_0 \cdot \frac{2R}{3R} \\ U_R = U_0 \cdot \frac{R}{3R}$$

$$\text{Kernie: } U_0 - U_{2R} + U_R + U_L = 0$$

$$U_0 = 3R \cdot i_L(t) + L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\frac{U_0}{L} = \frac{3R}{L} \cdot i_L + \frac{di_L}{dt}$$

$$\text{Homogeni: } \lambda + \frac{3R}{L} = 0$$

$$\lambda = -\frac{3R}{L}$$

$$\tau = \frac{L}{3R}$$

$$i_L(t) = K \cdot e^{-\frac{3R}{L}t}$$

$$\text{Partikulární: } i_L = \frac{U_0}{3R}$$

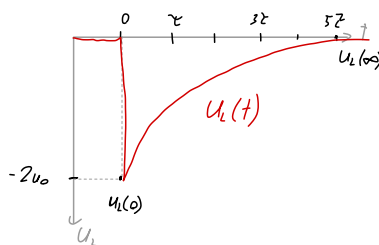
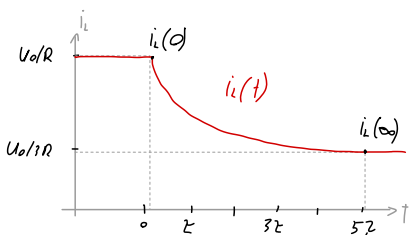
$$\text{Obecné: } i_L = K \cdot e^{-\frac{3R}{L}t} + \frac{U_0}{3R}$$

$$\frac{U_0}{R} = K \cdot e^{-\frac{3R}{L} \cdot 0} + \frac{U_0}{3R}$$

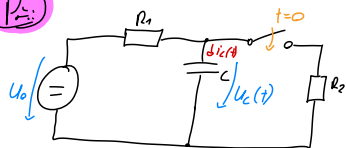
$$K = \frac{U_0}{R} - \frac{U_0}{3R} = \frac{2U_0}{3R}$$

$$\text{Řešení: } i_L = \frac{2U_0}{3R} \cdot e^{-\frac{3R}{L}t} + \frac{U_0}{3R} = \frac{U_0}{3R} \cdot (2e^{-\frac{3R}{L}t} + 1)$$

$$U_L(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt} = L \cdot \frac{2U_0}{3R} \cdot e^{-\frac{3R}{L}t} \cdot \left(-\frac{3R}{L}\right) = -2U_0 \cdot e^{-\frac{3R}{L}t}$$



P12



$$t = 0: i_C(0) = 0 \\ U_C(0) = U_0$$

$$t = 0^+: i_C(0^+) = -\frac{U_0}{2R} \\ U_C(0^+) = U_0$$

$$t = \infty: i_C(\infty) = 0$$

$$U_C(\infty) = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{Uzlové napětí: } i_{R_1} = i_C(t) + i_{R_2}$$

$$\frac{U_0 - U_C}{R_1} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{R_2}$$

$$\frac{1}{C} \cdot \frac{U_0}{R_1} - \frac{U_C}{R_1} \cdot \frac{1}{C} = \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{U_C}{R_2}$$

$$\text{re: } \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_C = \frac{1}{R_1 C} \cdot U_0$$

$$\text{Homogeni: } \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_C = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_{CH} = K \cdot e^{-\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} t}$$

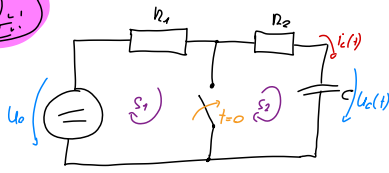
$$\text{Partikulární: } U_{CP} = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{Obecné: } U_C(t) = K \cdot e^{-\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} t} + U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_0$$

$$K = U_0 \cdot \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)$$

$$U_C(t) = U_0 \cdot \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot e^{-\frac{1}{C} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} t} + U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

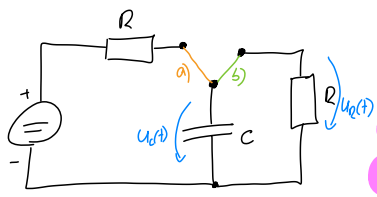
P2:



$t=0^-: i_C(0^-)=0; u_C(0^-)=U_0$   
 $t=0^+: i_C(0^+)=\frac{U_0}{R_2}; u_C(0^+)=U_0$   
 $t \rightarrow \infty: i_C(\infty)=0; u_C(\infty)=0$

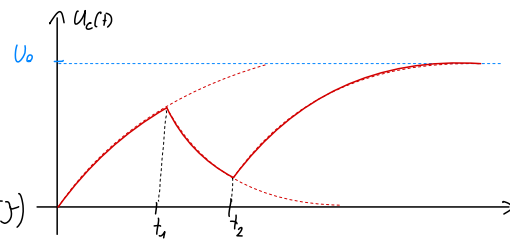
$S_1: i_C = \frac{U_0}{R_1}$   
 $S_2: C \cdot R_2 \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$   
 $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R_2 C} \cdot u_C = 0$

## Nabívození přechodových dějů



Přechodové děje nazýváji:

- $t_0$ : Přepínač do polohy a)
- $u_C(t_0) = 0$
- $t_1$ : Přepínač do polohy b) ( $t_1 < 5T$ )
- $t_2$ : Přepínač do polohy a) ( $(t_2 - t_1) < 5T$ )



- Čas  $t_0 - t_1$  ... nabíjení z  $u_C(t_0) = 0V$  až do  $u_C(\infty) = U_0$

$u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t})$

Nový ustálený stav... poč. podm. pro 2. interval:  $u_C(t_1) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t_1})$   
 $u_{Cv t_1}$

- Čas  $t_1 - t_2$  ... vybíjení z  $u_C(t_1)$  do  $u_C(t_2)$

$i_C = -i_R$

$C \cdot \frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{R}$

$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot u_C = 0$

$\lambda + \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{1}{RC}$   
 $\tau = RC$

$u_{Cn} = K \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$

$u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t_1}) \Rightarrow K = U_0 \cdot (e^{\frac{1}{RC} \cdot t_1} - 1)$

$u_C(t) = U_0 \cdot (e^{\frac{1}{RC} \cdot t_1} - 1) \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} \rightarrow$  nový ustálený stav... poč. podm. pro 3. interval:  $u_C(t_2) = U_0 \cdot (e^{\frac{1}{RC} \cdot t_1} - 1) \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t_2}$

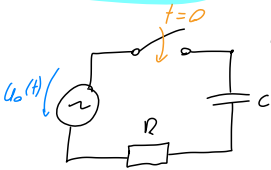
- Čas  $t_2 - \infty$  ... nabíjení z  $u_C(t_2)$  až do  $u_C(\infty)$

- Platí rce z min. příkladu:  $u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} + U_0$

$u_C(t_2) = K \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t_2} + U_0 = U_0 \cdot (e^{\frac{1}{RC} \cdot t_1} - 1) \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t_2} \dots$  odtud  $K =$

$u_C(t) = U_0 \cdot (e^{\frac{1}{RC} \cdot t_1} - e^{\frac{1}{RC} \cdot t_2} - 1) \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} + U_0$

## Harmonický zdroj



$$u_o(t) = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

$$t < 0: u_c(t) = 0$$

$$t = 0^+: u_c(0^+) = 0$$

$$t \rightarrow \infty: u_c(\infty) = \dots \text{obvod se ustálí}$$

Vypočít  $u_c(\infty)$ :

$$U_o(t) = \bar{U}_m = U_m \angle \psi$$

$$\bar{U}_c = \bar{U}_m \cdot \frac{\bar{Z}_c}{R + \bar{Z}_c} = U_m \angle \psi \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{U_m \angle \psi}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2} \angle \varphi} = \frac{U_{cm}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \angle \psi - \varphi$$

$$u_c(\infty) = U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi)$$

Pomice:

$$u_o(t) = R \cdot i_c(t) + u_c(t)$$

$$R \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot u_c = \frac{1}{RC} \cdot U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

$$\text{Homogenní: } \mathcal{L} = -\frac{1}{RC}$$

$$u_{cH} = K \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$\text{Partikulární: } u_{cP} = U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi)$$

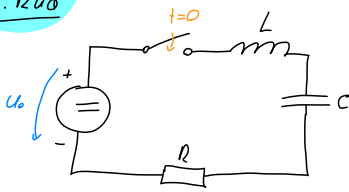
$$\text{Obecně: } u_c(t) = K \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} + U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) = 0$$

$$K = -U_{cm} \cdot \sin(\psi - \varphi)$$

$$u_c(t) = -U_{cm} \cdot \sin(\psi - \varphi) \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} + U_{cm} \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) \dots \text{potud } \psi = \varphi, \text{ tak celé je } 0 \text{ a děj nepraběhne}$$

$$\text{Proud: } i(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = \dots$$

## 2. Řeší



$$\left. \begin{array}{l} t < 0: i_L = i_C = 0 \\ U_L = 0 \\ U_C = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} t = 0^+: i_L = i_C = 0 \\ U_L = U_0 \\ U_C = 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} t \rightarrow \infty: i_L = i_C = 0 \\ U_L = 0 \\ U_C = U_0 \end{array} \right.$$

**Řešení:**  $U_0 = U_L + U_C + U_R$

$$U_0 = L \cdot \frac{di_L}{dt} + U_C + U_R$$

$$U_0 = L \cdot \frac{d^2 i_L}{dt^2} + R \cdot \frac{di_L}{dt} + U_C \quad | : LC$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i_L = \frac{1}{LC} \cdot U_0$$

**Homogenní:**  $\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i_L = 0$

$$\lambda^2 + \frac{R}{L} \cdot \lambda + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{LC}}}{2}$$

Diskriminant

$D > 0$  ... 2 reálná řešení:  $i_L(t) = K_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + K_2 \cdot e^{\lambda_2 t} + U_0$

→ Aperiodický děj

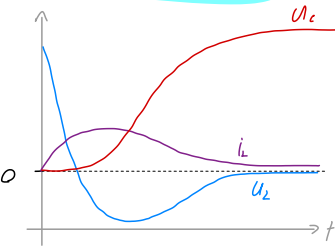
$D = 0$  ... 1 dvojnásobný kořen:  $i_L(t) = K_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + K_2 \cdot t \cdot e^{\lambda_1 t} + U_0$

→ na mezi aperiodicity

$D < 0$  ... 2 komplex. sdružené:  $\lambda_{1,2} = -\frac{R}{L} \pm j\omega \rightarrow \bar{K}_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + \bar{K}_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$

→ kmitání

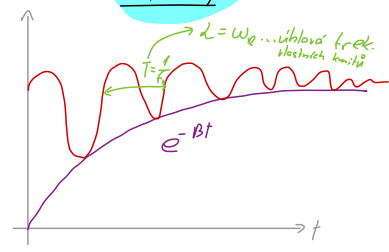
Aperiodický děj



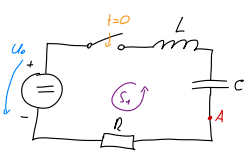
Na mezi aperiodicity



Kmitavý



## Metoda slovných proměnných



$$S_L: U_L + U_R + U_C = U_0$$

①

$$A: i_C = i_L$$

$$L \cdot \frac{di_L}{dt} + R \cdot \frac{di_L}{dt} + U_C = U_0 \rightarrow \frac{di_L}{dt} = -\frac{R}{L} \cdot i_L - \frac{1}{L} \cdot U_C + \frac{1}{L} \cdot U_0$$

②

$$C \cdot \frac{dU_C}{dt} = i_L \rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_L + 0 \cdot U_C + 0 \cdot U_0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dU_C}{dt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ U_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U_0}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

④ Počítáme vlastní čísla:  $\det(\lambda I - A) = 0 \rightarrow \det \begin{vmatrix} \lambda + \frac{R}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \frac{R}{L} \lambda + \frac{1}{LC} = 0$

Charakteristické matice dvojbranů

Imitační matice:  $\underline{Z} = \underline{\bar{I}}^{-1}$

- Impedanční matice:

- vyjádření napětí pomocí proudů

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} \\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \dots \underline{\bar{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} \\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22} \end{bmatrix}$$

Přenosové matice:  $\underline{\bar{B}} = \underline{\bar{A}}^{-1}$

- Postupná (přímá) kaskádní matice:  $\underline{\bar{A}}$

- vyjádření vstupu pomocí výstupu

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{12} \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

Hybridní matice:  $\underline{\bar{G}} = \underline{\bar{H}}^{-1}$

- Sériové paralelní matice:  $\underline{\bar{H}}$

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{h}_{11} & \bar{h}_{12} \\ \bar{h}_{21} & \bar{h}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix}$$

- Admitanční matice:

- vyjádření proudů pomocí napětí

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix} \dots \underline{\bar{Y}} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} \end{bmatrix}$$

- Zpětná kaskádní matice:  $\underline{\bar{B}}$

- vyjádření výstupu pomocí vstupu

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{b}_{11} & \bar{b}_{12} \\ \bar{b}_{21} & \bar{b}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix}$$

- Paralelně sériové matice

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{11} & \bar{g}_{12} \\ \bar{g}_{21} & \bar{g}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

Vztahy pro symetrické a reciproční dvojbrany

Reciproční - lze zaměnit vstup a výstup

- každý RLC dvojbran

- 1 rovnice pro vztahy mezi prvky char. matice → 3 prvky

Symetrický - stačí určit 2 prvky

|  | $\underline{\bar{Z}}$         | $\underline{\bar{Y}}$         | $\underline{\bar{A}}$         | $\underline{\bar{B}}$         | $\underline{\bar{H}}$          | $\underline{\bar{G}}$          |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Reciprocity                                                                         | $\bar{z}_{12} = \bar{z}_{21}$ | $\bar{y}_{12} = \bar{y}_{21}$ | $\det A = 1$                  | $\det B = 1$                  | $\bar{h}_{12} = -\bar{h}_{21}$ | $\bar{g}_{12} = -\bar{g}_{21}$ |
| Symmetrie                                                                           | $\bar{z}_{11} = \bar{z}_{22}$ | $\bar{y}_{11} = \bar{y}_{22}$ | $\bar{a}_{11} = \bar{a}_{22}$ | $\bar{b}_{11} = \bar{b}_{22}$ | $\det H = 1$                   | $\det G = 1$                   |

Ekvivalentní dvojbrany

- mají stejné char. matice



# Příklad na obvodové funkci

## Dolní propust

- 1. členek ( $RC, LR$ )

- napěťový dělič  $\rightarrow$  u RC při rostoucí  $\omega$  klesá  $X_C$  ... snížení  $U_2 = U_1$

- napětí:  $\bar{U}_2 = \bar{U}_C = \bar{U}_1 \cdot \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C}$

- Komplexní:  $\bar{K}_U = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \angle \varphi$

-  $\text{Re}$  a  $\text{Im}$   $\bar{K}_U = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_0)^2} - j \frac{\omega RC}{1 + (\omega/\omega_0)^2}$

- Velikost:  $K_U = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$

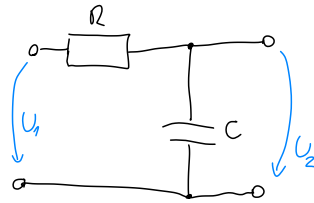
- úhel:  $\varphi = -\arctg(\omega RC)$

-  $\omega_0: K_U(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0/\omega_0)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad / \quad -\frac{\pi}{4}$

$\sqrt{1 + \omega_0^2 R^2 C^2} = \sqrt{2} \quad / \quad ^2$

$\omega_0^2 R^2 C^2 = 1 \quad / \quad \sqrt{\quad}$

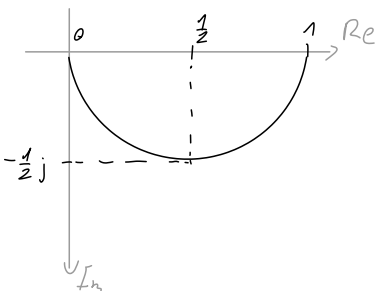
$\omega_0 = \frac{1}{RC}$



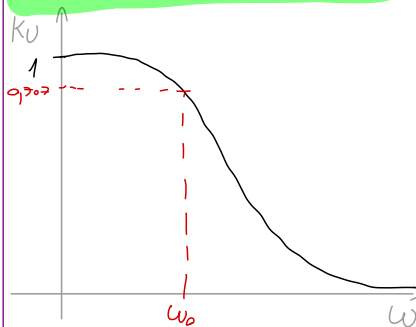
## Tabulka mezních hodnot

| $\omega$               | 0 | $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ | $\infty$         |
|------------------------|---|---------------------------|------------------|
| $\text{Re } \bar{K}_U$ | 1 | $\frac{1}{2}$             | 0                |
| $\text{Im } \bar{K}_U$ | 0 | $-\frac{1}{2}j$           | 0                |
| $K_U$                  | 1 | $\frac{1}{\sqrt{2}}$      | 0                |
| $\varphi$              | 0 | $-\frac{\pi}{4}$          | $-\frac{\pi}{2}$ |

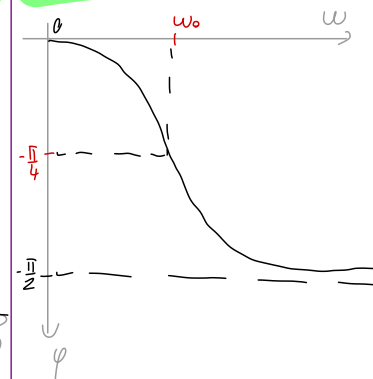
## Komplexní frekvenční char.



## Amplitudová frekvenční char.



## Fázová frekvenční char.



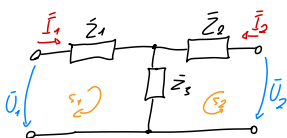
# Určování charakteristických matic

## 1) Z rovnice obvodu

- Postup: 1) Napišeme si rovnice (uzly, smyčky)

2) Upravíme do tvaru matic

(P<sub>1.1</sub>)

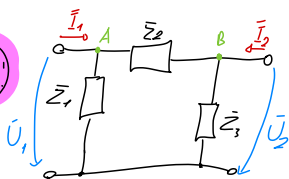


$$S_1: \bar{Z}_1 \bar{I}_1 + (I_1 + I_2) \cdot \bar{Z}_2 = \bar{U}_1 \rightarrow \bar{U}_1 = \bar{I}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) + \bar{I}_2 \bar{Z}_2$$

$$S_2: \bar{Z}_2 \bar{I}_2 + (I_1 + I_2) \cdot \bar{Z}_3 = \bar{U}_2 \rightarrow \bar{U}_2 = \bar{I}_1 \bar{Z}_2 + \bar{I}_2 (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)$$

$$\bar{\underline{\underline{Z}}} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 & \bar{Z}_2 \\ \bar{Z}_2 & \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \quad \text{reciprocity}$$

(P<sub>1.2</sub>)



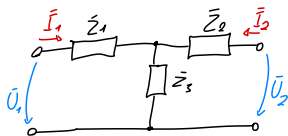
$$A: -\bar{I}_1 + \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1} + \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2} = 0 \rightarrow \bar{I}_1 = \bar{U}_1 (\bar{F}_1 + \bar{F}_2) + \bar{U}_2 \bar{F}_2$$

$$B: -\bar{I}_2 + \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2} + \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2} = 0 \rightarrow \bar{I}_2 = \bar{U}_1 \bar{F}_2 + \bar{U}_2 (\bar{F}_2 + \bar{F}_1)$$

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} \bar{F}_1 + \bar{F}_2 & -\bar{F}_2 \\ -\bar{F}_2 & \bar{F}_2 + \bar{F}_1 \end{bmatrix}$$

## 2) Z chodu naprázdno/nakrátko

(P<sub>1.1</sub>)



$$\bar{Z}_{11} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_1} \Big|_{\bar{I}_2=0} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2$$

$$\bar{Z}_{12} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_2} \Big|_{\bar{I}_1=0} = \bar{Z}_2$$

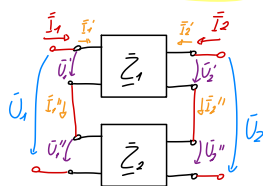
$$\bar{Z}_{21} = \bar{Z}_2$$

$$\bar{Z}_{22} = \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_2} \Big|_{\bar{I}_1=0} = \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3$$

$$\bar{\underline{\underline{Z}}} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 & \bar{Z}_2 \\ \bar{Z}_2 & \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 \end{bmatrix} \quad \text{reciprocity}$$

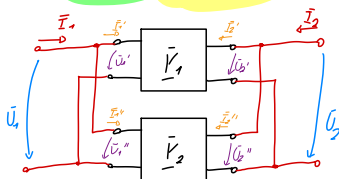
# Spojovací dvojbrány

**Seriové:**  $\underline{\bar{Z}} = \underline{\bar{Z}}_1 + \underline{\bar{Z}}_2$



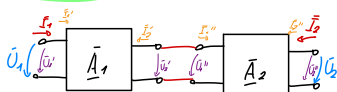
$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_1' + \underline{U}_1'' \\ \underline{U}_2 &= \underline{U}_2' + \underline{U}_2'' \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_1' = \underline{I}_1'' \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_2' = \underline{I}_2'' \end{aligned}$$

**Paralelní:**  $\underline{\bar{Y}} = \underline{\bar{Y}}_1 + \underline{\bar{Y}}_2$



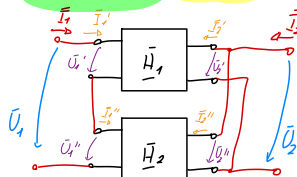
$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_1' = \underline{U}_1'' \\ \underline{U}_2 &= \underline{U}_2' = \underline{U}_2'' \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_1' + \underline{I}_1'' \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_2' + \underline{I}_2'' \end{aligned}$$

**Kaskádni:**  $\underline{\bar{A}} = \underline{\bar{A}}_1 \cdot \underline{\bar{A}}_2$



$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_1' \\ \underline{U}_2 &= \underline{U}_2' \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_1' \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_2' \end{aligned}$$

**Sérioparalelní:**  $\underline{\bar{H}} = \underline{\bar{H}}_1 + \underline{\bar{H}}_2$



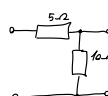
## Vlnové parametry

### Vlnová impedance

- nesymetrické dvojbrány: připojíme-li  $\underline{\bar{Z}}_{02}$  na výstup, bude na vstupu  $\underline{\bar{Z}}_{01}$  ... char. impedance
- symetrické dvojbrány:  $\underline{\bar{Z}}_{01} = \underline{\bar{Z}}_{02} = \underline{\bar{Z}}_0$
- výpočet:  $\underline{\bar{Z}}_{01} = \sqrt{\underline{\bar{Z}}_{10} \cdot \underline{\bar{Z}}_{1k}}$

$$\underline{\bar{Z}}_{02} = \sqrt{\underline{\bar{Z}}_{20} \cdot \underline{\bar{Z}}_{2k}}$$

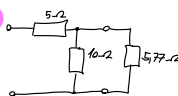
(Př.)



$$\underline{\bar{Z}}_{1k} = 5 \Omega ; \underline{\bar{Z}}_{10} = 15 \Omega \rightarrow \underline{\bar{Z}}_{01} = \sqrt{5 \cdot 15} = \underline{\underline{8,66 \Omega}}$$

$$\underline{\bar{Z}}_{2k} = \frac{10 \cdot 5}{15} = 3,33 \Omega ; \underline{\bar{Z}}_{20} = 10 \Omega \rightarrow \underline{\bar{Z}}_{02} = \sqrt{33} = \underline{\underline{5,77 \Omega}}$$

(kontrola:

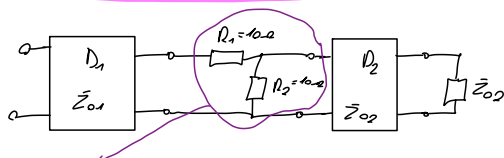


$$\underline{\bar{Z}}_{01} = 5 + \frac{10 \cdot 5,77}{15,77} = \underline{\underline{8,66 \Omega}}$$

$$\text{Podobně: } \underline{\bar{Z}}_{02} = \frac{10 \cdot (5 + 8,66)}{10 + 15,66} = \underline{\underline{5,77 \Omega}}$$

**Impedanční přizpůsobení** - pokud  $\underline{\bar{Z}}_{02}^{(1)} = \underline{\bar{Z}}_{01}^{(2)}$  ... neiznutají odrazy a zkraslení přenosu

(Př.): Symetrický dvojbrán s  $\underline{\bar{Z}}_{01} = 7,07 \Omega$  a symetrický dvojbrán se  $\underline{\bar{Z}}_{02} = 20 \Omega$  propojíme  $\Gamma$  článkem s  $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ . Bude toto spojení impedančně přizpůsobeno?



$$\underline{\bar{Z}}_{01} : \underline{\bar{Z}}_{10}' = 20 \Omega \quad \underline{\bar{Z}}_{1k} = 10 \Omega \quad \left. \begin{aligned} &\underline{\bar{Z}}_{01}' = \sqrt{20 \cdot 10} = 14,14 \Omega \\ &\underline{\bar{Z}}_{02}' = \sqrt{10 \cdot 20} = 14,14 \Omega \end{aligned} \right\} \text{není}$$

$$\underline{\bar{Z}}_{02} : \underline{\bar{Z}}_{20}' = 10 \Omega \quad \underline{\bar{Z}}_{2k} = 5 \Omega \quad \left. \begin{aligned} &\underline{\bar{Z}}_{02}' = \sqrt{10 \cdot 5} = 7,07 \Omega \\ &\underline{\bar{Z}}_{01}' = \sqrt{5 \cdot 10} = 7,07 \Omega \end{aligned} \right\} \text{není}$$

|    |                                      |                                                                                                                                              |
|----|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4. | Neharmonické průběhy napětí a proudů | Rozklad neharmonických průběhů – vyšší harmonické. Řešení obvodů s neharmonickými průběhy napětí a proudů. Výkony v neharmonických obvodech. |
|----|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Rozklad periodické fce do Fourierovy řady

- každá periodická fce lze rozložit na jednotlivé harmonické s frekv.  $f_k = k \cdot f_0$

### Fourierův rozvoj 1. typu:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) + \dots + b_1 \sin(\omega_0 t) + b_2 \sin(2\omega_0 t) + \dots$$

Střední složka:  $a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt$

Amplitudy složek:  $a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega_0 t) dt$

$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega_0 t) dt$

### Fourierův rozvoj 2. typu

$$F(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega_0 t + \varphi_2) + \dots$$

$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} ; A_k \approx \frac{A_e}{k}$

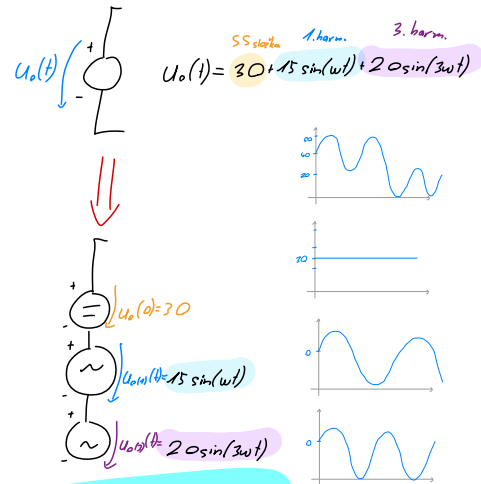
$\varphi_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$

Lichá  $f(t) \Rightarrow a_k = 0$

Sudá  $f(t) \Rightarrow b_k = 0$

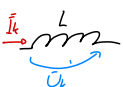
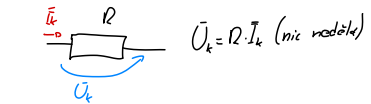
## Řešení obvodů s neharmonickými zdroji

### Princip:



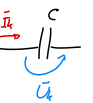
### Výkony (z ef. hodnot)

### Součastky:



$X_{Lk} = k \cdot \omega \cdot L$  ... roste s  $k \uparrow$   
 $k=0 \rightarrow \bar{Z}_{L0} = 0 \dots$  zkrat  
 $k=\infty \rightarrow \bar{Z}_{L\infty} = \infty \dots$  rozpojení

$u_k(t) = L \cdot \frac{di_k(t)}{dt}$   
 $i_k(t) = \frac{1}{L} \int u_k(t) dt$



$X_{Ck} = \frac{1}{k \cdot \omega \cdot C}$  ... klesá s  $k \uparrow$   
 $k=0 \rightarrow \bar{Z}_{C0} = \infty \dots$  rozpojení  
 $k=\infty \rightarrow \bar{Z}_{C\infty} = 0 \dots$  zkrat

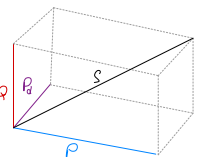
$i_k(t) = C \cdot \frac{du_k(t)}{dt}$   
 $u_k(t) = \frac{1}{C} \int i_k(t) dt$

Cinový výkon:  $P = P_{(0)} + \sum_{i=1}^n P_{(i)} [W]$   
 - kde:  $P_{(i)} = U_{(i)eff} \cdot I_{(i)eff} \cdot \cos(\varphi_{U_{(i)}} - \varphi_{I_{(i)}})$

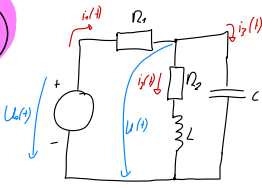
Zdánlivý výkon:  $S = U \cdot I [VA]$   
 - kde:  $U = \sqrt{U_{(0)}^2 + \sum_{i=1}^n U_{(i)}^2}$  a  $I = \sqrt{I_{(0)}^2 + \sum_{i=1}^n I_{(i)}^2} \Rightarrow$  Pythagorova věta

Jalový výkon:  $Q = \sum_{i=1}^n Q_i [VAR]$   
 - kde:  $Q_{(i)} = U_{(i)eff} \cdot I_{(i)eff} \cdot \sin(\varphi_{U_{(i)}} - \varphi_{I_{(i)}})$

Deformační výkon:  $P_d = \sqrt{S^2 - P^2} [W]$   $\Rightarrow$  Pythagorova věta  
 - Účinník:  $\gamma = \frac{P}{S} \dots$  tedy to není  $\cos(\varphi)$ !!!



Pr.:



SS složen 1. harm. 3. harm.  
 $U_0(t) = 30 + 15 \sin(\omega t) + 20 \sin(3\omega t)$   
 $R_1 = 1 \Omega$   
 $R_2 = 0,5 \Omega$   
 $\omega L = 1 \Omega$   
 $\frac{1}{\omega C} = 9 \Omega$

- ① Vše přepočítat na stejnou gen. fci
- ② Proud, (spočítat pro jednotlivé harm. a sečíst)

(0):  $\bar{I}_{1(0)} = \frac{\bar{U}_{0(0)}}{\bar{Z}_{(0)}} = \frac{30}{1,5} = 20 A$

$\bar{Z}_{(0)} = R_1 + R_2$

(1)  $\bar{I}_{1(1)} = \frac{\bar{U}_{0(1)}}{\bar{Z}_{(1)}} = \frac{15}{1,96 \angle 33,7^\circ} = 7,66 \angle -33,7^\circ A$

$\bar{Z}_{(1)} = \frac{(R_2 + j\omega L) \cdot \frac{1}{j\omega C}}{(R_2 + j\omega L) + \frac{1}{j\omega C}} + R_1 = 1,96 \angle 33,7^\circ \Omega$

(3)  $\bar{I}_{1(3)} = \frac{\bar{U}_{0(3)}}{\bar{Z}_{(3)}} = 1,04 \angle 9^\circ$

$\bar{Z}_{(3)} = \frac{(R_2 + j3\omega L) \cdot \frac{1}{j3\omega C}}{(R_2 + j3\omega L) + \frac{1}{j3\omega C}} + R_1 = 1,924 \angle -9^\circ \Omega$

→ Sečtu:  $i_1(t) = 20 + 7,66 \cdot \sin(\omega t - 33,7^\circ) + 1,04 \cdot \sin(3\omega t + 9^\circ) A$

③ Napětí  $u(t)$ :  $u(t) = U_0(t) - R_1 \cdot i_1(t) = \dots = 10 + 9,6 \cdot \sin(\omega t + 26,2^\circ) + 19 \cdot \sin(3\omega t - 9,5^\circ) V$

④ Ostatní proudy  $i_2(t)$ : Použijeme  $\varphi = 90^\circ$  mezi  $u(t)$  a  $i_2(t)$

$\left. \begin{aligned} |\bar{K}_C(1)| &= \frac{1}{\omega C} = 9 \Omega \\ |\bar{Z}_C(3)| &= \frac{1}{3\omega C} = 3 \Omega \end{aligned} \right\} i_2(t) = i_2(1)(t) + i_2(3)(t) = \frac{9,6}{9} \cdot \sin(\omega t + 116,2^\circ) + \frac{19}{3} \cdot \sin(\omega t + 89,5^\circ) A$

$i_2(t): i_2(t) = i_1(t) - i_3(t) = 20 + 8,6 \cdot \sin(\omega t - 33,3^\circ) + 6,2 \cdot \sin(3\omega t - 81,4^\circ) A$

⑤ Výkony:  $P = P_{(0)} + P_{(1)} + P_{(3)} = U_{0(0)} \cdot I_{1(0)} + U_{0(1)} \cdot I_{1(1)} \cdot \cos(\angle U_{0(1)} - \angle I_{1(1)}) + U_{0(3)} \cdot I_{1(3)} \cdot \cos(\angle U_{0(3)} - \angle I_{1(3)}) = 658 W$

(2 c.f. hodnot!!!)  $Q = Q_{(0)} + Q_{(1)} + Q_{(3)} = U_{0(1)} \cdot I_{1(1)} \cdot \sin(\angle U_{0(1)} - \angle I_{1(1)}) + U_{0(3)} \cdot I_{1(3)} \cdot \sin(\angle U_{0(3)} - \angle I_{1(3)}) = 30,21 VAR$

S... Parsevalovy recurrence:  $U = \sqrt{U_{0(0)}^2 + U_{0(1)}^2 + U_{0(3)}^2} = \sqrt{30^2 + (\frac{15}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{20}{\sqrt{2}})^2} = 34,8 V$

$I = \sqrt{I_{1(0)}^2 + I_{1(1)}^2 + I_{1(3)}^2} = \sqrt{20^2 + (\frac{7,66}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{1,04}{\sqrt{2}})^2} = 20,73 A$

$P_0 = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = 295,4 W$

$\lambda = \frac{P}{S} = 0,912$

$\left. \begin{aligned} U &= 34,8 V \\ I &= 20,73 A \end{aligned} \right\} S = U \cdot I = 721,94 VA$

# Obscene

## Vířrost

... jak se pole víří (hází víry) 

- křivkový integrál po uzavřené křivce  $C: \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{e} = 0 \rightarrow$  nenířové pole  
 $\rightarrow$  dořka uzavřené křivky 

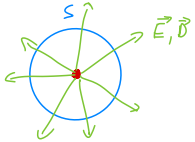
## Zřídlovost

... (siločáry, někam mří) 

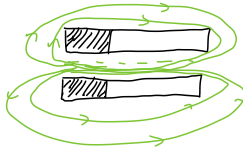
$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{e} \neq 0 \rightarrow$  vířové pole  
 $\rightarrow$  dořka uzavřené křivky 

- Plošný integrál přes uzavřenou plochu  $S: \oint_S \vec{X} \cdot d\vec{s} = 0 \rightarrow$  nezřídlové

$\oint_S \vec{X} \cdot d\vec{s} \neq 0 \rightarrow$  řídlové



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = Q \neq 0$$



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{e} = I_C \neq 0$$

## Maxwellovy rovnice

Stac. pole

- Zákon celkového proudu:  $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{e} = I + \frac{d\psi}{dt}$ ;  $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{e} = I$

- Faradayův indukční zákon:  $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = -\frac{d\Phi}{dt}$ ;  $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = 0$

- Gaussův zákon elektrostatiky:  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$

- Zákon kontinuity indukčního toku:  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$

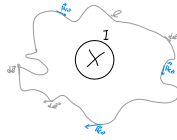
|                             |                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Stacionární magnetické pole | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny, rozložení pole. Indukčnost vlastní a vzájemná. Energie v magnetickém poli. Síly ve stacionárním magnetickém poli. Magnetické obvody, základní vztahy, výpočet toku a indukčnosti. |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Stacionární magnet. pole

- generováno SS proudy
- Vlivové, nezářivé

Vztahy (je základ)

- Ampérův zákon cirk. proudů:  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_c$



- Cirkulace  $\vec{H}$  je rovna proudu spráženého s křivkou  $L$

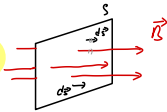
- Cirkulace je nulová  $\rightarrow$  pole je vířivé

- Zákon kontinuity induktivity:  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$

- jelikož je tok  $B$  uzavřenou křivkou nulový  $\rightarrow$  pole je konzervativní

-  $B = \mu \cdot N_r \cdot H [T]$

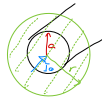
-  $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} [Wb]$



## Průřez Masivní vodič

Pro  $r > a \rightarrow$  obepneme celý vodič

$I_0 = \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot \oint_L d\vec{s} = H \cdot L \Rightarrow H_{(r)} = \frac{I_0}{2\pi r}$



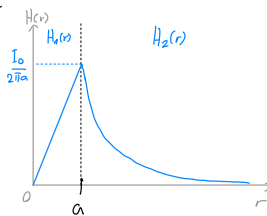
Pro  $r < a \rightarrow$  obepneme jen část  $I_0$



1)  $J = \frac{I_0}{S} = \frac{I_0}{\pi a^2}$

2)  $I(r) = J \cdot S(r) = \frac{I_0}{\pi a^2} \cdot \pi r^2 = I_0 \cdot \frac{r^2}{a^2}$

3)  $H_r(r) = \frac{I(r)}{2\pi r} = \int_0^r \frac{r}{2\pi a^2}$



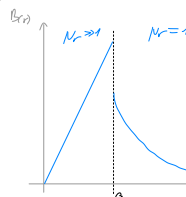
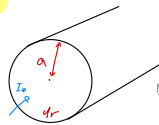
## Průřez Masivní vodič s $N_r$

$r \leq a \dots N_r \gg 1$

$B_{(r)} = \mu \cdot H(r) = \mu_0 \cdot N_r \cdot \frac{I_0 \cdot r}{2\pi a^2}$

$r > a \dots N_r = 1$

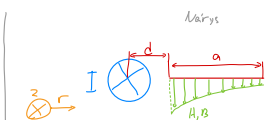
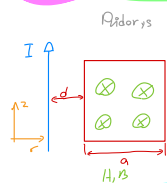
$B_{(r)} = \mu \cdot H(r) = \mu_0 \cdot \frac{I_0}{2\pi r}$



Porroh vodiče  $\rightarrow$  stáloťe sbožky:  $B_{(a)} = \mu_0 \cdot N_r \cdot \frac{I_0}{2\pi r}$

$B_{(a)} = \mu_0 \cdot \frac{I_0}{2\pi r}$

## Př.: Čtvercový závit v magnet. poli: tentého solenoidního vodiče

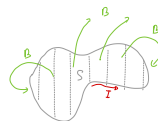


- Indukce vodiče:  $B(r) = \mu \cdot \frac{I}{2\pi r}$

- Magnet. tok ve smyčce:  $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{I}{2\pi} \mu \cdot \int_0^a \int_d^a \frac{1}{r} dr dz = \frac{I}{2\pi} \mu \cdot a \cdot \ln\left(\frac{da}{d}\right)$

## Statická def. indukčnosti

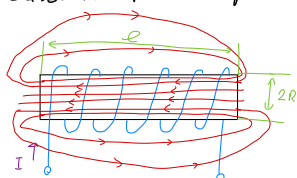
- Poměr mezi  $\Phi$  správného s plochou závitů a  $I$ , který jím protéká  $\rightarrow L = \frac{\Phi}{I} [H]$



## Př.: Magnet. pole cívek

### - Solenoid (dlahví)

- zanedbáváme pole mimo jádro

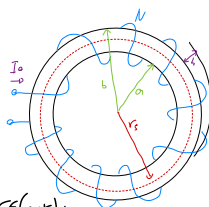


$$H = \frac{I}{l} \cdot N$$

$$L = \frac{\Phi}{I} \cdot N = \dots = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{S}{l} \cdot N^2 [H]$$

### - Toroid

- nemá pole vně



$$r \in (r_a, r_b)$$

$$H(r) = N \cdot \frac{I_0}{2\pi r}$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_0^l \int_{r_a}^{r_b} B dr dz = \frac{I_0}{2\pi} \cdot \mu \cdot N \cdot \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)$$

$$L = \frac{\Phi}{I} \cdot N = \dots$$

## Vzájemná indukčnost

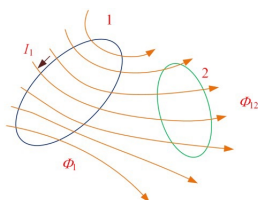
-  $L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}$  část  $\Phi_1$  procházející smyčkou 2  
proud protékající smyčkou 1

$$L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_2}$$

- Pro lin. prostředí:  $L_{12} = L_{21}$

- Magnet. toky:  $\Phi_1 = \Phi_{11} \pm \Phi_{12}$

$$\Phi_2 = \Phi_{22} \pm \Phi_{21}$$



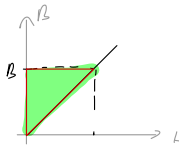


## Energie magnet. pole

### a) Hustota energie

- hustota:  $w_m = \frac{1}{2} B H$  (pro  $\mu = \text{konst.}$ )

- energie:  $W_m = \int w_m dV [J]$



### b) Pomocí integrálních veličin

$$W_m = \frac{1}{2} \Phi I [J] = \frac{1}{2} L I^2$$

energetická def.:  $L = \frac{2W_m}{I^2} [H]$

## Síly v magnet. poli

### a) Lorentzovy síly

$$\vec{F}_m = Q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F_m = B \cdot I \cdot l$$

### b) Energie MP

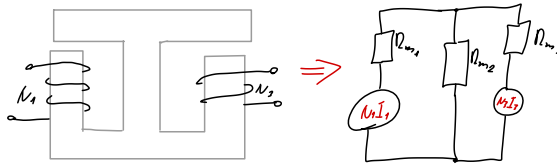
- Pro izolovanou soustavu:  $F_m = - \frac{dW_m}{ds} \Big|_{\Phi = \text{konst.}}$

- Pro připojenou soustavu ke zdroji:  $F_m = \frac{dW_m}{ds} \Big|_{I = \text{konst.}}$

## Magnet. obvod

$$R_m = \frac{l \cdot \mu_0}{\Phi}$$

$$U_m = N \cdot I = H \cdot l$$



|    |                      |                                                                                                                                                           |
|----|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6. | Elektrostatické pole | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny, rozložení pole. Kapacita a její výpočet pro typická uspořádání. Energie a síly v elektrostatickém poli. |
|----|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Elektrostatické pole

- nepohyblivé nabitě (pokud by se hýbaly → proudové)

$$Q = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q = D \cdot S \cdot \cos \varphi$$

- Vztahy

- Gaussova věta:  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \rightarrow$  je zřídlové (naklon je okraj silnic)

- Faradayův indukční zákon:  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \rightarrow$  je nezávrtové (jsou zde potenciály)

$$D = \epsilon \cdot E \text{ [C/m}^2\text{]}$$

- el. potenciál:  $\vec{E} = -\overset{\text{grad}}{\nabla} \varphi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)$

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

- el. napětí:  $U = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varphi_a - \varphi_b \text{ [V]}$

$$U = \frac{W}{Q} \text{ [V]}$$

- Coulombov zákon:  $\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot r^2} \rightarrow F_e = Q_e \cdot E$$

$$P_{\text{el.}} = \frac{W}{t}$$



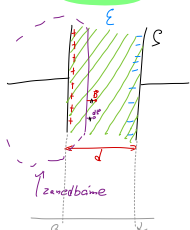
$$\vec{F}_e = Q \cdot \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$E = \frac{F_e}{Q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

## Kapacita

- Postup:  $D \rightarrow E \rightarrow \varphi \rightarrow U \rightarrow C$

1) Deskový

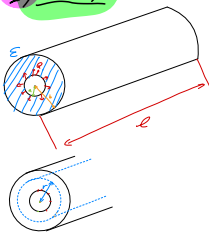


$$Q = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = D \cdot S = \epsilon \cdot E \cdot S$$

$$U = \int_a^d \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{\epsilon \cdot S} \cdot d$$

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon \cdot \frac{S}{d} \text{ [F]}$$

2) Válcový



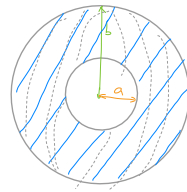
$r < a < b$

$$D(r) = \frac{Q}{S(r)} = \frac{Q}{2\pi r l} \rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon}$$

$$U(r) = \int_a^b \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{2\pi l \epsilon} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi l \epsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

3) Kulový



$$D = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi r^2} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon}$$

$$U = \int_a^b \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi \epsilon} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

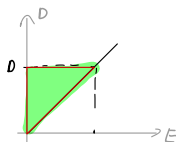
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi \epsilon a b}{b - a}$$

## Energie el. stat. pole

### a) Z hustoty energie

- hustota:  $w_E = \frac{1}{2} \cdot D E$  (pro  $\epsilon = \epsilon_0$ )

- Energie:  $W_E = \int_V w_E dV [J]$



### b) Pomocí integrálních veličin

$$W_E = \frac{1}{2} \cdot C U^2 [J]$$

## Síly v magnet. poli

### a) Z Lorentzovy síly

$$\vec{F}_e = Q \cdot \vec{E}$$

### b) Z energie pole

- Pro izolovanou soustavu:  $F_e = - \frac{dW_E}{ds} \Big|_{U=\text{konst}}$

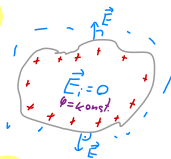
- Pro připojenou soustavu ke zdroji:  $F_e = \frac{dW_E}{ds} \Big|_{\phi=\text{konst}}$

## Chování el. pole

- Vodič nabitý:  $Q$  -  $Q$  se rozprostře po povrchu

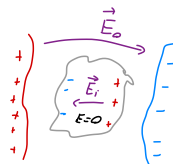
-  $\vec{E}$  uvnitř je 0

-  $\vec{E}$  na povrchu je konst.



- Vodič v el. poli: - Elektrostatická indukce - pole uvnitř je 0 ( $\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_i = 0$ )

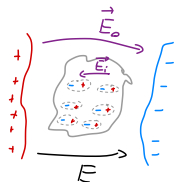
- dutý vodič... stejně



- Izolant v el. poli

- jen dipoly, nemá valné  $Q$  (nahání se)

$$\vec{E}_i \ll \vec{E}_0$$



|    |                          |                                                                                                                                |
|----|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7. | Elektrické proudové pole | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny, rozložení pole. Odpor a jeho výpočet pro typická uspořádání. Krokové napětí. |
|----|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Prondové pole

- tvořeno pohybujícími se volnými náboji

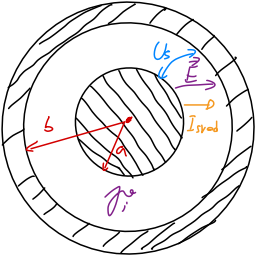
- Vztahy - to, co v el. stat. poli

- Ohmův zákon v dif. tvaru:  $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$

- el. proud:  $I = \int_S \vec{J} d\vec{S}$  ( $\oint_S \vec{J} d\vec{S} = 0$ ) → nezřídlové

P.1.1

Koaxiální kabel s izolací



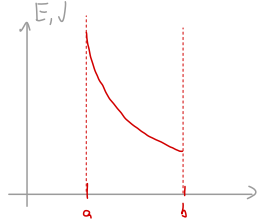
$$\vec{I}_S = \vec{J} \cdot \vec{S}$$

$$I_S = \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot 2\pi r \cdot L \rightarrow E(r) = \frac{I_S}{2\pi r \epsilon \sigma}$$

$$U = \int_a^b E(r) dr = \frac{I_S}{2\pi \epsilon \sigma} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$E = \frac{1}{r} \cdot \frac{U}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$I_S = \frac{2\pi L \sigma}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cdot U$$



## Výpočet odporu a krokového napětí pro zemnicí elektrody

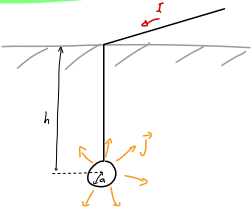
- Přechodové napětí ( $U_p$ ) - napětí mezi povrchem elektrody a bodem s  $\rho = 0$  ( $\varphi_{(0)} = 0$ )

- Přechodový odpor ( $R_p$ ) - odpor elektrody...  $R_p = \frac{U_p}{I}$

- Krokové napětí ( $U_k$ ) - napětí mezi dvěma body na povrchu země



P.1.2



$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

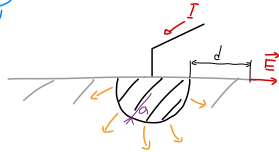
$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = I \rightarrow \vec{J} = \frac{I}{4\pi r^2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} E = \frac{I}{4\pi r^2 \sigma}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi \rightarrow \varphi = -\int E(r) dr = \frac{I}{4\pi r \sigma} + k \quad \text{0... } \varphi(\infty) = 0$$

$$U_p = \varphi(a) - \varphi(\infty) = \frac{I}{4\pi a \sigma}$$

$$R_p = \frac{U_p}{I} = \frac{1}{4\pi a \sigma}$$

P.1.3

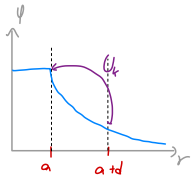


$$E = \frac{I}{2\pi r \sigma}$$

$$\varphi(r) = -\int E(r) dr = \frac{I}{2\pi r \sigma} + k$$

$$\varphi(a) = \frac{I}{2\pi a \sigma}$$

$$U_k = \int_a^{a+d} E(r) dr = \frac{I}{2\pi r \sigma} \cdot \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a+d} \right)$$



Laplaceův operátor ( $\Delta = \nabla^2$ )

Kartézské souřadnice:  $\Delta u = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$

Válcové souřadnice:  $\Delta u = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left( r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right)$

Kulové souřadnice:  $\Delta u = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left( r^2 \cdot \frac{\partial}{\partial r} \right)$

Maxwellovy rovnice pro potenciály

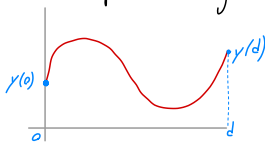
- elektrostatické pole (Poissonova rce):  $\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon}$ ;  $\Delta \varphi = 0 \dots$  bez volného  $Q$  ( $\rho = 0$ )

- Stacionární magnet. pole:  $\Delta \vec{A} = -\mu \cdot \vec{J}$

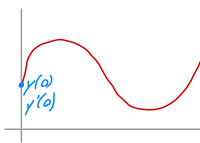
- Proudové pole (Laplaceova rovnice):  $\Delta \varphi = 0$

Okrajová úloha

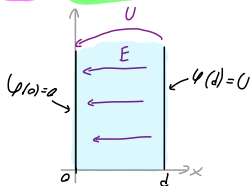
- nevyskytuje se zde čas
- Známe podm. na okrajích oblasti

Počáteční úloha

- Známe hodnotu a její dx u příslušné dif. rce

Okrajové podm.

- Dirichletova - znám hodnotu fce na hranici ( $\varphi(0)$ ,  $\varphi(d)$ )
- Neumannova - znám normálovou derivaci fce ( $\frac{\partial \varphi}{\partial n} \dots$  kolmé)

 $\rho = 0$ Destiny C

1)  $\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} = 0$

2)  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0$

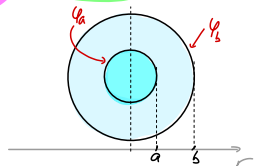
$\varphi(x) = K_1 x + K_2$

3) Okrajové podm.:  $\varphi(0) = 0 \rightarrow K_1 \cdot 0 + K_2 = 0 \rightarrow K_2 = 0$   
 $\varphi(d) = U \rightarrow K_1 \cdot d = U \rightarrow K_1 = \frac{U}{d}$

4)  $\varphi(x) = \frac{U}{d} \cdot x$

$E(x) = -\text{grad } \varphi = -\frac{U}{d}$

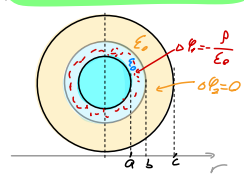
**Pr.:** Válcový C



1)  $\Delta \varphi = 0$   
 $\Delta \varphi = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0$   
 $r \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} = k_1$   
 $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{k_1}{r}$   
 $\varphi_{(r)} = k_1 \cdot \ln(r) + k_2$

2) Okrajové podm.:  $\varphi_{(a)} = \varphi_a$   
 $\varphi_{(b)} = \varphi_b$   
 $\varphi_{(a)}: k_1 \cdot \ln(a) + k_2 = \varphi_a$   
 $\varphi_{(b)}: k_1 \cdot \ln(b) + k_2 = \varphi_b$   
 - - - -

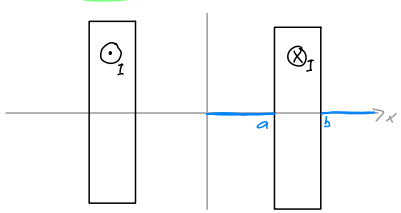
**Pr.:** Válcový C s korónou



1)  $\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$   
 $\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$   
 $r \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{r^2}{2} + k_1$   
 $\varphi_{(r)} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{r^2}{4} + k_1 \cdot r + k_2$   
 2)  $\Delta \varphi = 0$   
 $\varphi_{(r)} = k_3 \cdot \ln(r) + k_4$

3) Okrajové podm.:  $\varphi(a) = U$  (1)  
 $\varphi(c) = 0$  (2)  
 Hranicová podm.:  $\varphi(b) = \varphi(b)$  (3)  
 $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$  (4)  
 $D_{2n} = D_{1n}$   
 $\epsilon \cdot E_x = \epsilon' \cdot E_x$   
 $\frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=b} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=b}$  (5)  
 - - - -

**Pr.:** Pásové vedení



Tabulka je tu

|                                      |                                                                                                 |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nestacionární elektromagnetické pole | Základní vztahy, vektorové a integrální veličiny. Elektromagnetická indukce. Indukované napětí. |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Nestacionární magnet. pole

Časově proměnné magnet. pole tvoří el. pole

Magnet. pole je generováno  $I$  a časově změnou el. pole

|      |                                 |                                                      |                                                                 |
|------|---------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| I.   | Ampérův zákon celkového proudu  | $\oint_C \vec{H} d\vec{\ell} = I + \frac{d\Phi}{dt}$ | $\text{rot } \vec{H} = J + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ |
| II.  | Faradayův indukční zákon        | $\oint_C \vec{E} d\vec{\ell} = 0 - \frac{d\Phi}{dt}$ | $\text{rot } \vec{E} = 0 - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ |
| III. | Gaussova věta                   | $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q$                       | $\text{div } \vec{D} = \rho$                                    |
| IV.  | Rovnice kontinuity magnet. pole | $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$                       | $\text{div } \vec{B} = 0$                                       |

$\text{rot} \neq 0$ ... siločáry obklopují a tvoří  $J$   
→ pole je vířivé

$\text{rot} = 0$ ... siločáry jdou od  $+$  k  $-$ , neobklopují  
→ pole je nevířivé  
→ nestacionární je vlivem  $(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$

$\text{div} \neq 0$ ... má zdroj  
→ střídané

$\text{div} = 0$ ... to se z každé oblasti, to se i vrtí  
→ uzavřené

naboj je zdrojem el. pole

neexist. magnet. monopoly  
- magnet. siločáry tvoří uzavřené smyčky (nemají začátek ani konec)

## 1. MR: Maxwellův posuvný proud

$\oint_C \vec{H} d\vec{\ell} = 0$ ... ten, při nabíjení  $C$  by nemělo být magnet. pole ( $\vec{B} = 0$ ) → ono tam ale je

→ magnet. pole tvoří i časově změna el. pole  $\frac{d\Phi}{dt}$

$-\Psi = \oint_S \vec{D} d\vec{S}$  je el. tok

$-\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$

časově změna el. pole  
polarizace dielektrika



$\frac{d\Phi}{dt} = I_P + \frac{d}{dt} \int_S \epsilon_0 \vec{E} d\vec{S}$

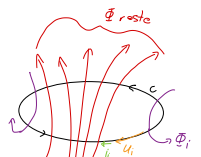
- Zdroje el. pole - 1) Vodičový proud  $I$

2) Posuvný (polarizační) proud  $I_P$

3) časově změna el. pole se tokem (el. mag. vlnění)

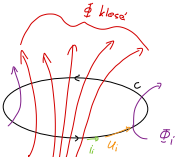
## 2. MR: Faradayův indukční zákon: $U_i = \oint \vec{E} d\vec{\ell} = - \frac{d\Phi}{dt}$

Lenzovo pravidlo - indukovaný proud má takový směr, aby svým magnet. polem působil proti změně, která ho vyvolala



$\frac{d\Phi}{dt} > 0 \rightarrow U_i < 0$

proti orientaci  $C$  (brazní roztáh)

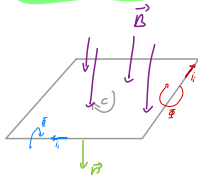


$\frac{d\Phi}{dt} < 0 \rightarrow U_i > 0$

- ve směru  $C$  (brazní poklesu)

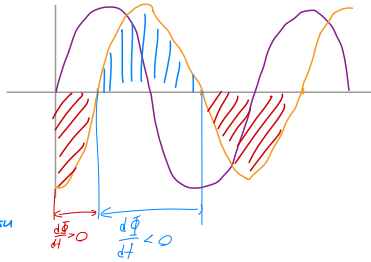
Indukované napětí:  $U_i = U_T + U_P$

- Transformační:  $U_T = - \frac{d\Phi}{dt}$  (při změně  $\Phi$ )



li jde proti smyčce  $\rightarrow$  brání se

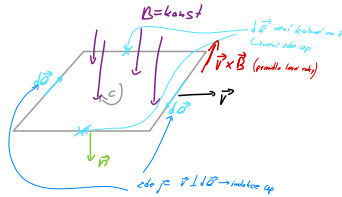
li jde se smyčkou  $\rightarrow$  brání poklesu



$$B(t) = B_m \cdot \sin(\omega t)$$

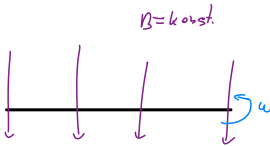
$$U_i(t) = -B_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

- Pohybové:  $U_P = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell}$  (při pohybu)



$$- \text{Celkové } U_P = -B \cdot v \cdot a + B \cdot v \cdot a = 0$$

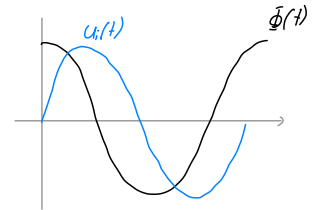
Otáčející se smyčka



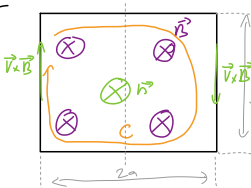
$$a) \Phi = B \cdot S \cdot \cos(\omega t)$$

$$U_i = - \frac{d\Phi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

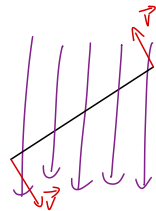
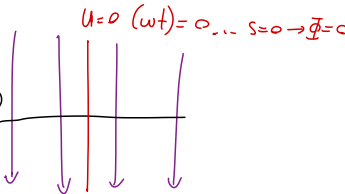
$$\oint_C U_i = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = \oint_C \vec{v} \cdot \vec{B} \sin(\omega t) d\vec{\ell} = B \cdot S \cdot \omega \sin(\omega t)$$



Shora



$$U = U_{\max} (S = 2a \cdot l)$$





|     |                             |                                                                                                                                        |
|-----|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 10. | Elektrodynamické potenciály | Integrační výrazy pro potenciály. Metoda zrcadlení. Výpočet provozních parametrů (odpor, kapacita, indukčnost) pro typická uspořádání. |
|-----|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Integrační výrazy pro potenciály

- Skalární el. potenciál ( $\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon}$ )

- v el. stat. poli

- protože je rot  $\vec{E} = 0$ , lze zavést  $\vec{E} = -\nabla\varphi$

- Integrační výraz: Pro bodový náboj:  $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon r}$

Pro spojitě rozložené náboje:  $\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV$

- Vektorový magnet. potenciál ( $\Delta\vec{A} = -\mu\vec{J}$ )

- protože  $\text{div } \vec{B} = 0$ , lze zavést  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$

- Integrační výraz: Pro proudovou hustotu:  $\vec{A}(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}}{r} dV$

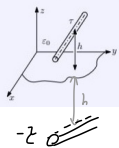
## Metoda zrcadlení

- při výpočtu poli nad vodivou zemí

→ vodivou rovinu nahradíme zrcadlovým nábojem / vodičem

### Příklad 2.2

Určete rozložení elektrického potenciálu  $\varphi$  v okolí dlouhého tenkého vodiče nabitého lineární hustotou náboje  $\tau$ . Vodič o délce  $l$  je ve výšce  $h$  nad zemí a permittivita okolí je  $\epsilon_0$ . Uvažte kapacitu vodiče proti zemi  $C$  na jednotku délky a sdílejte  $E$  (na jednotku délky), kterou má povrch.



$$1) Q = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} \rightarrow E = \frac{\tau}{\epsilon \cdot 2\pi r}$$

$$2) \varphi_z = -\int E_{10} dr = -\frac{\tau}{\epsilon \cdot 2\pi} \cdot \ln(r_2) + K$$

$$\varphi_z = -\int E_{10} dr = \frac{\tau}{\epsilon \cdot 2\pi} \cdot \ln(r_2) + K$$

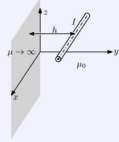
$$3) \varphi_v = \varphi_z + \varphi_z = \frac{\tau}{\epsilon \cdot 2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + K$$

$$4) U = \varphi_v - \varphi_z = \left[ \frac{\tau}{\epsilon \cdot 2\pi} \cdot \ln\left(\frac{2h - R}{R}\right) + K \right] - \left[ \frac{\tau}{\epsilon \cdot 2\pi} \cdot \ln\left(\frac{h}{h}\right) + K \right] = \frac{\tau}{\epsilon \cdot 2\pi} \cdot \ln\left(\frac{2h - R}{R}\right)$$

$$5) C = \frac{\tau}{U} \cdot e$$

### Příklad 2.3

Určete rozložení magnetické indukce  $\vec{B}$  v okolí vodiče o permeabilitě  $\mu_0$ , protékajícího proudem  $I$  v blízkosti dokonale ferromagnetické stěny. Určete sílu na jednotku délky  $F_m$ , kterou se vodič přitahuje / odpuzuje od stěny.



$$1) I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} \rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$



$$2) H = -2|\vec{H}| \cdot \sin \alpha = -2 \cdot \frac{I}{2\pi \sqrt{h^2 + z^2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{h^2 + z^2}} = -\frac{I \cdot z}{\pi \cdot (h^2 + z^2)}$$

$$3) B = \mu_0 \cdot H$$

# Výpočet provozních parametrů vedení

- Odpor -  $R = \rho \cdot \frac{l}{S} [ \Omega ]$

- vliv teploty:  $R_2 = R_1 \cdot (1 + k_1 \cdot k_2)$

- Skin efekt - při rf teče proud neromálně



- Konduktance - část proudu uniká skrz izolaci

- Ztrátlost - povětrnostní podm. (dešť, m/h, sníh)

- Ztráty korozí - nad tlak

- Ionizuje vzduch kolem vodiče  $\rightarrow \uparrow G$

- Srad přes izolatory

- Dielektrické ztráty - dipoly se natačejí  $\rightarrow$  ztráty

- Induktivnost - závislost - geometrie vodiče

- velikost  $I$

- vliv země

- vzdálenost vodiče od země

Induktivnost vodiče

$$r < R : H(r) = \frac{I r}{2 \pi R^2}$$

$$r > R : H(r) = \frac{I}{2 \pi r}$$

$$L_{in} = \frac{2 \mu_0}{I^2} = \frac{\mu_0}{8 \pi}$$

$$L_{ext} = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{2 \pi} \ln \left( \frac{a}{r} \right)$$

$$L = L_{in} + L_{ext}$$

$$L' \approx 0.05 + 0.2 \ln \left( \frac{a}{R} \right) [ \mu H / km ]$$

- Kapacita - výpočet přes metodu zrcadlení (Pr.: 2.2)

# Newtonovy zákony

1.NZ: Zákon setrvačnosti - Pokud na těleso nepůsobí síla ( $\sum F = 0$ ) je v klidu  
pohybuje se rovnoměrně přímočaře

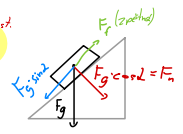
2.NZ: Zákon síly - Pokud působí síla  $\rightarrow$  pohybuje se těleso se zrychlením:  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$   
 $\vec{F} = m \cdot \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2}$

3.NZ: Akce a reakce -  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Gravitační síla:  $F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

- u země:  $F_g = m \cdot g$

Třecí síla:  $F_t = \mu \cdot F_n$

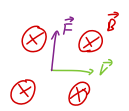


Odpor prostředí - soubor všech sil působících proti tělesu v plynu/kapalině

Síly v el. mag. poli - 1) Coulombova síla - el. pole  
 $\vec{F}_e = Q \cdot \vec{E}$

2) Lorentzova síla v magnet. poli:  $\vec{F}_m = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$

3) Celková Lorentzova síla:  $\vec{F} = Q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

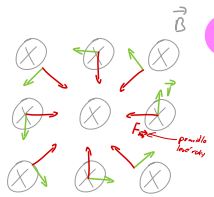


## Cyklotronový pohyb

- pohyb nabitých částic po kružnici v homogenním magnet. poli

- Princip 1) Nabitá částice letí s rychlostí  $\vec{v}$  do magnet. pole  $\vec{B}$

2) Jelikož  $\vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow$  vznik Lorentzovy síly



3)  $\vec{F}_m$  vždy míří do středu... dostředivá síla

$$F_m = F_d$$

$$Q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$R = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B}$$

## Elektrostatické vychýlování

- Princip: 1) Elektron vletí rotatorně s  $v_x$  mezi dvě desky (kam je  $U$ )

2) Zčine působit:  $F = Q \cdot E = Q \cdot \frac{U}{d}$

3) Elektron začne zrychlovat nahoru/dolů:  $F = m \cdot a_y$

$$a_y = \frac{Q \cdot U}{d \cdot m}$$

4) Ve směru  $x$  je  $v_x$  konst. → nerotníka síla...  $s_x = v_x \cdot t$

$$t = \frac{s_x}{v_x}$$

Ve směru  $y$  se rozjíždí z klidu...  $s_y = \frac{1}{2} a_y t^2$  konst.

$$s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q \cdot U}{d \cdot m} \cdot \frac{s_x^2}{v_x^2}$$

→  $e^-$  se bude pohybovat po parabolické dráze s  $s_x^2$

## Magnetické vychýlování (obdobně, jen $\vec{F}_m$ místo $\vec{F}_e$ )

- Princip: 1) Elektron vletí rotatorně s  $v_x$  mezi dvě magnet desky ( $B_z$ )

2) Zčine působit:  $\vec{F}_m = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$

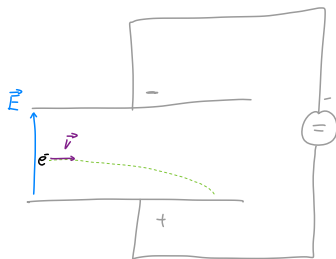
- směr určíme z  $\vec{v} \times \vec{B}$  a jestli je  $Q \oplus / \ominus$

3) Elektron začne zrychlovat nahoru/dolů:  $F = m \cdot a_y$

$$a_y = \frac{Q}{m} \cdot v_x \cdot B_z$$

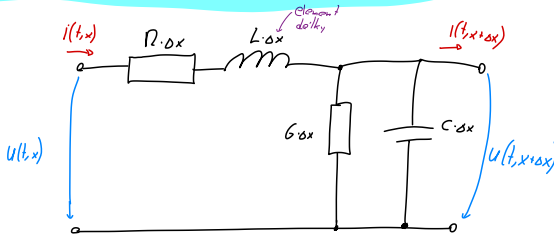
$$s_y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{m} \cdot v_x \cdot B_z \cdot \frac{s_x^2}{v_x^2}$$

→  $e^-$  se bude pohybovat po parabolické dráze s  $s_x^2$



|     |                          |                                                                                                                                                              |
|-----|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 12. | Elektromagnetické vlnění | Homogenní vedení s rozprostřenými parametry. Vlnové rovnice a jejich šíření. Blízké a vzdálené pole. Šíření rovinné, válcové a kulové vlny volným prostorem. |
|-----|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Homogenní vedení z rozprostřenými parametry



### - Vlnové rovnice:

$$U_R(t,x) + U_L(t,x) + U(t,x+\Delta x) - U(t,x) = 0$$

$$R \cdot \Delta x \cdot i(t,x) + L \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i(t,x)}{\partial t} + U(t,x+\Delta x) - U(t,x) = 0 \quad / : \Delta x$$

$$R \cdot i(t,x) + L \cdot \frac{\partial i(t,x)}{\partial t} = - \frac{U(t,x+\Delta x) - U(t,x)}{\Delta x} \quad / \text{pro } \Delta x \rightarrow 0 \dots \frac{\partial U(t,x)}{\partial x}$$

$$- \frac{\partial U(t,x)}{\partial x} = R \cdot i(t,x) + L \cdot \frac{\partial i(t,x)}{\partial t}$$

### - Fázorový zápis:

$$- \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} = R \cdot \bar{I} + j\omega L \cdot \bar{I}$$

$$- \frac{\partial \bar{I}}{\partial x} = G \cdot \bar{U} + j\omega C \cdot \bar{U}$$

... lze vyřešit

- konst. šíření:  $\gamma = \alpha + j\beta$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$\alpha$  - útlumová konst. (zeslabení vlny v dB/km)

$\beta$  - fázová konst. (změna fáze v rad/m)

- Charakteristická impedance:  $Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$

- když vedení zatížím  $Z_0$ , nezvratnou odraz

1) Normální model:  $\ell \ll \lambda$  (Př.: 1m kabel, 50Hz)  
 $\lambda = \frac{c}{f} = 6000 \text{ km}$

→ na celém vodiči je téměř stejné  $U$  a  $I$

- používáme Kirchhoffa, a soustředěné  $R, L, C, G$  prvky

2) Rozprostřený model:  $\ell \approx \lambda$  (Vf vedení, antény, ...)

→  $U_{\text{začátek}} \neq U_{\text{konec}}$

→  $I_{\text{začátek}} \neq I_{\text{konec}}$

- používáme  $U(x,t)$  a  $i(x,t)$

### Odobně:

$$-i(t,x) + i_G(t,x+\Delta x) + i_C(t,x+\Delta x) + i(t,x+\Delta x) = 0$$

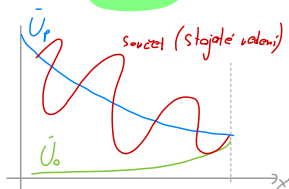
$$-i(t,x) + G \cdot \Delta x \cdot U(t,x+\Delta x) + C \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial U(t,x+\Delta x)}{\partial t} + i(t,x+\Delta x) = 0$$

---

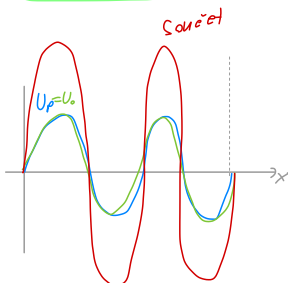
$$- \frac{\partial i(t,x)}{\partial x} = G \cdot U(t,x+\Delta x) + C \cdot \frac{\partial U(t,x+\Delta x)}{\partial t}$$

## Rozložení $\vec{U}_p$ a $\vec{U}_o$

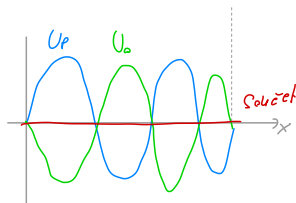
$$\vec{E}_o \neq \vec{E}_o$$



$$\vec{E}_o = \infty \text{ (napřezání)}$$



$$\vec{E}_o = 0 \text{ (nultá vlna)}$$



## Blízké a vzdálené pole

Blízké ( $r \ll \lambda$ ) - oblast těsně u antény

- pole se rychle mění

-  $E$  a  $B$  složky nejsou přímo srovnány

- jedna může převládat

(Př.) Tráta

Vzdálené ( $r \gg \lambda$ ) - daleko od antény

- vznik EM vlny ( $E \perp B \perp$  směr šíření)

$$\frac{E}{H} = Z_0 \approx 377 \, \Omega \text{ pro vakuum}$$

## Rovinná vlna

- vlnoplochy jsou rovinné
- Amplituda = konst.



## Válcová vlna

- vlnoplochy jsou válce (od radiče)
- Amplituda =  $\frac{1}{\sqrt{r}}$



## Kulová vlna

- vlnoplochy jsou koule (od bodového zdroje)
- Amplituda =  $\frac{1}{r}$

|     |                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 13. | Elektrická vodivost materiálů | Podstata elektrické vodivosti kovů, elektrický odpor, porovnání elektrické vodivosti kovových a polovodičových materiálů (velikost, teplotní závislost). Vodivé materiály nejčastěji používané v elektrotechnice – vlastnosti a použití. Rezistorové materiály – druhy rezistorů, realizace nízkopříkonových rezistorů, realizace rezistorů pro elektrotepelnou přeměnu. Supravodivý jev – teoretický popis supravodivosti, druhy supravodičů, využití supravodivého jevu v elektrotechnice. |
|-----|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Podstata el. vodivosti kovů

- Kovy mají krystalickou mřížku
- Valenční  $\ominus$  nejsou pevně vázány na atomy  $\rightarrow$  elektronový plyn  
(ten se volně pohybuje v materiálu)
- Při přiložení el. pole vznikne  $F = e \cdot E \rightarrow$  usměrněný pohyb  $= I$
- Vodivé I. třídy – nosiče nábje jsou  $\ominus$   
(II. třída ... ionty, - elektrolyty)

## El. odpor

a) Elektronová teorie = vodivost je způsobena pohybem  $\ominus$

- Odpor vzniká srážkami  $\ominus$  s atomy, mřížky, poruchami
- s nečistotami

$$R = \int \frac{\rho}{S} [L^{-2}]; R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) \dots \uparrow T \uparrow \rightarrow \uparrow R \uparrow$$

b) Pasova teorie – atom má diskrétní energetické hladiny

$\rightarrow$  spojení  $\infty$  atomů  $\rightarrow$  překrytí hladin a vznik pásů

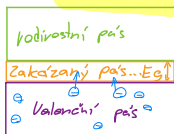
Vodič:  $E_g < 0,1 \text{ eV}$



Polovodič:  $E_g \approx 0,1 \text{ eV}$

- Pro  $0K = 0$  volných  $\ominus$

$\rightarrow$  odpor klesá s rostoucí teplotou



Izolant:  $E_g > 3 \text{ eV}$



## Vodivé materiály pro elektro

1) Med (Cu) – vel. vysoká vodivost

- mechanicky pevná
- dobře pájitelná
- měděnka na potrubí (ochrana proti korozi)
- Elektroodna měď – 99,9%
- Použití: vodiče, minuty, PCB

4) Hliník (Al) – 60% vodivosti mědi

- lehký, lehký
- méně pevný
- na potrubí oxiduje  $\rightarrow$  nevodivé
- Použití: VN a VN vedení

2) Mosaz (Cu + Zn) – dobře obrobitelná

- lepší než měď
- odolnější
- Použití: svorky, konektory, šrouby

5) Zlato (Au) – neoxiduje  $\rightarrow$  má přechodový odpor

- Použití: Konektory

3) Bronz (Cu + Sn) – čirý, křehký, ...

- Použití: Sběrné kroužky, kontakty

6) Stříbro (Ag) – nejv. vodivé

- drahé

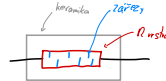
# Rezistorové materiály

- Rezistivita  $10\times$  až  $100\times$  vyšší než vodič
- Stabilita v čase i teplotně

## - typy rezistorů - 1) Vrstevné - nejrozšířenější

- keramické tělísko s napařenou odporovou vrstvou  
→ na tu se spirálovitým vyžhavením nastří R

- R vrstva = uhlík, Ni-Cr, Si-Cr



## 2) Draťové - Odporový drát namotaný na kostičce

- konstantan, manganin  
(termočulný) (málo závislý odpor)

## 3) Objemové - CCR - uhlíkový prášek

- NCR - keramický kompozit

## 4) Pro elektroteplotnou přeměnu - chceme teplo, ne přeměnu R

- Ni-Cr (Nichrom) -  $> 1000^\circ\text{C}$
- Kanthal

## 5) Speciální - Korbid kvaniku (SiC) - $> 1600^\circ\text{C}$

- Uhlík -  $> 2500^\circ\text{C}$
- $\rho$  klesá s teplotou

# Supravodivý jev

- stav, kdy při ochlazení pod kritickou teplotu ( $T_c$ ) klesne R na 0

## - BSC teorie (1953) - V běžném kovu naráží $e^-$ do mřížky $\rightarrow R$

- při  $T = T_c$  kmity mřížky zmizí

$e^-$  se spojují  $\rightarrow$  Cooperovy páry ( $t_v$  se pohybují mřížkou s  $R=0$ )

- Meissnerův efekt - supravodiče ze svého objemu vylučují magnet. pole...  $B=0$   
 $\hookrightarrow$  ideální diamagnetika

## - Podmínky - 1) $T < T_c$

2)  $B < B_c$

3)  $I < I_c$

## - Druhy - I. Typ - Čisté kovy (Hg, Pb, Sn)

- dokazují Meissnerův efekt

$B_c \propto mT$  (malé) i  $T_c < 25\text{K}$

## II. Typ - slitiny, keramické supravodiče

- dvě  $B_c$ , mezi nimi vzniká smíšený stav (magnet. vortexy proniknou do materiálu)

- vysoké  $B_c \approx 10\text{T} \rightarrow$  technický význam

## - Chlazení - a) $T_c < 25\text{K}$ ... kapalné helium

b)  $T_c > 30\text{K}$  ... kapalný dusík

## - Využití - Silné magnet. pole

- Urychlovací částice

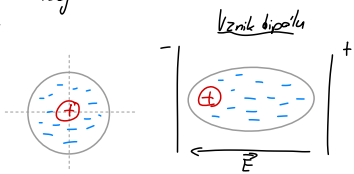


|                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14. Vlastnosti dielektrických materiálů a jejich aplikace | Dielektrikum v elektrickém poli – princip polarizace dielektrika, polární a nepolární dielektrika, druhy polarizací, dielektrické ztráty. Druhy elektroizolačních materiálů a příklady jejich aplikace v elektrotechnice. Plyná a kapalné dielektrika v elektrotechnice – obecné vlastnosti, porovnání s ostatními typy dielektrik, příklady použití v elektrotechnice. Anorganické izolační materiály – obecné vlastnosti, porovnání s ostatními typy dielektrik, příklady použití v elektrotechnice. Speciální dielektrické materiály – typy speciálních dielektrických materiálů, princip polarizace, aplikace v elektrotechnice. |
|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Dielektrikum v el. poli:

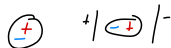
- izolant - nevede proud, nemá vlnu nosiče náboje
- po vložení do el. pole se polarizuje

### Polarizace - narušení symetrie

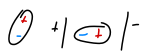


### - Dipolní moment ( $\vec{p}$ ) - míra nesymetrie náboje

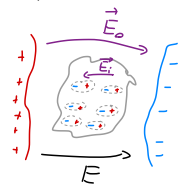
**nepolární** - nemají vlastní  $\vec{p}$  (vytvorí to až el. pole)  
-  $\text{CO}_2, \text{O}_2, \dots$



**polární** - mají trvalý  $\vec{p}$  (bez pole jsou dipóly natočeny náhodně)  
-  $\text{H}_2\text{O}, \text{NH}_3$



### Výsledné el. pole



**Permitivita** - schopnost polarizovat se...  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r [\text{F/m}]$   
 $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  (materiál)

### Druhy polarizace

**Elektronová** - posun elektronového obalu vůči jádru  
- rychlá, bezstratová

**Ionová** - Posun  $+$  a  $-$  ionů  
- rychlá, bezstratová

**Orientační** - natočení trvalých dipólů

**Polarizace** prostorovým nabitím - nahromadění náboje na rozhraních materiálů

**El. permeabilita** - hodnota kV/mm, než se materiál prorazí (vzduch - 3 kV/mm, PVC - 40 kV/mm)

**Dielektrické ztráty** - část energie jde na teplo

- ideální  $C \rightarrow \varphi = 90^\circ$
- reálná je to méně  $\rightarrow \delta = 90^\circ - |\varphi|$
- $\rightarrow$  ztrátový činitel  $\tan \delta$

## Druhy elektroizolačních materiálů

- Plyná, kapalná, pevná

## Plynná dielektrika

- nízké ztráty
- výpoisí prostor
- regenerace po průrazu
- malá el. permeabilita
- závislost na tlaku a teplotě
- Vzduch ( $\epsilon_p \approx 3 \text{ kV/mm}$ ,  $\epsilon_r = 1$ )
  - bezestražní, vysoká  $E_p$
  - Použití: elektrárny
- Dusík - chemicky stabilní, nekorozivní
  - Použití: Kondenzátory
- Vodik - Použití: chlazení turbogenerátorů
- Oxid uhličitý - Použití: izolace
- kvačné plyny ( $\text{He}$ ,  $\text{Ne}$ ) - polovodiče
- Elektronegativní plyny - zachytávají volné  $e^- \rightarrow$  brání výbojům

## Kapalná dielektrika

- vyšší  $E_p$  než plyny

### Minerální oleje

- nejrozšířenější
- vznik z ropy
- izolace, chlazení
- stárnutí, uhlíková zvrstvení vlastností

### Rostlinné oleje

- řípkový, sojový
- biologické
- větší ztráty a viskozita

### Syntetické oleje

- umělé vyráběné
- výborná izolace, teplotní stabilita
- drahé

## Anorganické izolační materiály (pevná dielektrika)

### Sklo (amorfni (nekrystallická) látka)

- vznik tvorbou směsi oxidů s následným ochlazením bez vytváření krystalické struktury
- nejčastěji křemíčitě ( $\text{SiO}_2$ )
- průhledné, chemicky odolné, dobrý izolant
- křehké
- $E_p = 20 - 40 \text{ kV/mm}$

### Skla (krystalický vrstevnatý materiál)

- lze štípat na vrstvy ( $0,1 \text{ mm}$ )
- velká  $E_p = 100 \text{ kV/mm}$
- ohnivá, teplotně odolná
- Demika - Slitový papír (izolace vodičů velkých fosivých strojů)

# Keramika (polykrystalický materiál)

- Vznik: Sinterování práškových materiálů
- Obsahuje skelnou, polymerní a perlovou fázi
- Vysoká pevnost, tuhá, tepelná odolnost, dobrý izolant
- Křehká, těžko opracovatelná

## Oxidová - korundová - izolátory

Zirkonická - lambda sondy

Silikátová (porcelán) - rentgenové izolátory

## Neoxidová

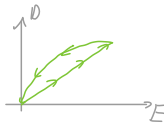
Nitrid hlinitý - chladiče ve výkonném

Nitrid křemíku - ložiska

- Většina keramik má piezoelektrické, ferroelektrické ( $\epsilon_r \uparrow$ ) nebo feromagnetické vlastnosti

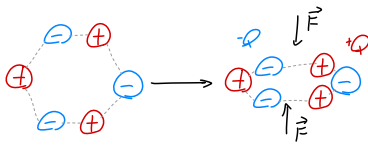
## Speciální dielektrické materiály

- mají speciální vlastnosti
- jejich  $\epsilon_r \neq \text{konst.}$ , závisí na el. poli



## Piezoelektrika

- Při deformaci tvoří el. pole a opačně
- Senzory tlaku, akcelerometry, Oscilátory

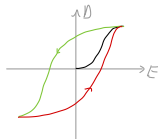


## Pyroelektrika

- mají spontánní polarizaci a ta se mění s teplotou
- teplotní senzory

## Ferroelektrika

- mají spontánní polarizaci i při  $E=0$  (existence domain)
- Po přejetí  $E$  se vrátí a poté se vrátí úplně zpět
- Curieova teplota - nad ní už ferroelektrický jev zmizí



## Elektrety

- el. obdoba permanentního magnetu

## Kapalné krystaly

- něco mezi kapalnou a pevnou látkou (tekuté, ale částice uspořádané krystaly)

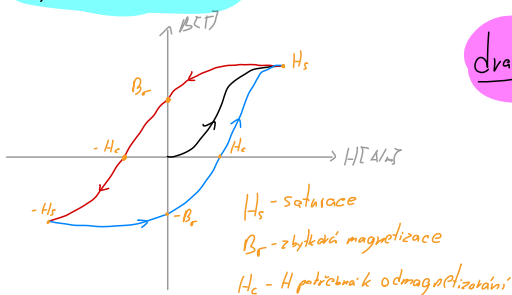
- Použití: LCD

## Proces magnetování

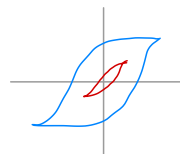
- Magnet. moment vzniká pohybem  $e$ 
  - Orbitální – obíhá kolem jádra
  - Spinový – obíhá kolem své osy
- Způsobení orbital určí chování látky (spárované  $e$  se vyruší)
- Druhy dle permeability
  - Diamagnetika  $\mu < 1$  (oslabují pole)
  - Paramagnetika  $\mu > 1$  (mírně zesilují)
  - Feromagnetika  $\mu \gg 1$ 
    - mají domény  $\rightarrow$  hodně zesilují
    - $\rightarrow$  nad Curiovou teplotou zaniknou

- Antiferomagnetikum – opačné domény v každé části (vyruší se)
- Ferimagnetikum – opačné domény v každé části (jeden převládá)

## Hysterese smyčka



- Dva typy
- Magnet. měkké – úzká  $H_S$   $\rightarrow$  snadné přemagnetování
  - Magnet. tvrdé – široká  $H_S$   $\rightarrow$  dlouho zůstane magnetem



## Ztráty v magnet. materiálech

- 1) Hysterese – daná magnetizací
  - úměrné ploše  $H_S$  a frek. ( $P_H \sim f \cdot V$ )
- 2) Ztráty vlivem proudů -  $P_r \approx I^2 \cdot R$
- 3) Přidání ztrát - nedokonalost

## Magnet. měkké materiály

- Co nejmenší  $H_c \rightarrow$  určeno pro přemagnetování (střední pole)
- nízké  $P_H$
- co nejvyšší  $B_S$

### 1) Elektrotechnické oceli Fe-Si - nepoužívají se pro trafa, motory

- Si: zvýší rezistivitu (omezí  $P_r$ ), 3-5 %

Isotropní - stejné vlastnosti všemi směry

Anizotropní - v jednom směru lepší

### 2) Slitiny Fe-Ni (Permalloy) - 70-80 % Ni

- extrémně vysoké  $\mu_r$
- Použití - Magnet. stírací, měřicí

### 3) Slitiny Fe-Co - velmi vysoká $B_S \approx 2,5T$

### 4) Magnet. měkké ferity - vysoká rezistivita $\rightarrow$ ideální pro VF

- křesla, cívky, antény

## Magnet. tvrdé materiály

- opačné vlastnosti  $\rightarrow$  vhodné pro permanentní magnety

### 1) Slitiny AlNiCo - vysoká $B_r$

- vysoká  $T_c > 800^\circ C$

- malý  $H_c$

- u starších strojů a přístrojů

### 2) Tvrdé ferity - levné

- velký  $H_c$

- menší  $B_r$

- repro, menší motory

### 3) Neodymové magnety - největší $B_{H_{max}}$

- nejsilnější magnety

|                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 16. Polymerní materiály v elektrotechnice | Přírodní polymerní izolační materiály – zástupci, popis struktur a vlastností, příklady aplikací v elektrotechnice. Syntetické polymery – typy polymerů, obecné vlastnosti, příklady aplikací v elektrotechnice. Termoplastické polymerní materiály – vztah mezi strukturou a vlastnostmi, zástupci, příklady aplikací v elektrotechnice. Kompozitní materiály v elektrotechnice – rozdělení kompozitů, příklady aplikací v elektrotechnice. |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Obecně

- **Polymer** = látka složená z dlouhých řetězců opakujič se jednotek ( $C-C-C-C-C-C...$ )

- hlavní prvky C, H, O, N

- mezi atomy je kovalentní vazba

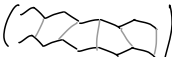
- **Monomer** – jedna jednotka ( $C=C$ )

- **Polymer** – více jednotek

- **Polymerační stupeň** – kolik se jich opakuje

- **Struktury** – Lineární: 

- **Rozvětvená** 

- **Plasné a prostorové síťované** 

## Přírodní polymerní izolanty

1) **Přírodní kaučuk** – z kaučovníku

- dobrý elastomer, izolant

- Použití: izolace kabelů, vodičů

2) **Jantar** – Zkamenelá pryskyřice

3) **Dřevo** – Za sucha dobrý izolant

- pohlcuje vlhkost

- Použití: konstrukce tratí

4) **El. tech. papír** – vznik z buničiny měkkého dřeva

- Vysoká rezistivita a el. pevnost

- Impregnuje se olejem → zvyšuje  $E_p$

- Použití: trafá, kondikly

## Syntetické polymery

1) **Termoplasty** – lineární / málo rozvětvené řetězce

- teplem měknou, ochlazením tuhnou → jsou trvalé

- PE – polyethylen – izolace kabelů ( $E_p = 20 kV/mm$ ,  $\epsilon_r = 2,3$ )

- PP – polypropylen – kondenzátorové folie, ↑

- PET, PVC, Teflon, 3D tisk materiály

## 2) Reaktoplasty - při vytvrzení vzniká prostorová síť kovalentních vazeb

↳ po vytvrzení se neroztaví ani nerozpustí

- pevné, odolné, tvrdé, stále

- PF (bakelit) -  $E_p = 14 \text{ kN/mm}$ ,  $\epsilon_r = 7$

- EF (epoxidová pryskyřice) -  $E_p = 18 \text{ kN/mm}$ ,  $\epsilon_r = 5$

- DPS, zálešací hmoty, izolatory

- Silikony - tepelně odolné

## 3) Elastomery - velmi pružné

- mají zesíťované řetězce s velkou možností iradné deformace

- Výroba vulkanizací - proces zesíťování kaučuku

- EPDM, kaučuk

## Kompozitní materiály

- heterogenní materiál složený alespoň ze dvou složek z různými vlastnostmi (železobeton)

→ využít výhod, obou

- Složky - 1) Matrice - spojitel

- drží to pohromadě

- přenáší zatížení na vzluz

- chrání vzluz před okolím

2) Vzluz - nespojitel (částicová)

- pevnost, tuhost, tepelná odolnost

- Vláknové kompozity - vzluzná vlákna - skelná, uhlíková

- PE, kevlar

- Matrice - epoxidová pryskyřice

- Použití - PCB

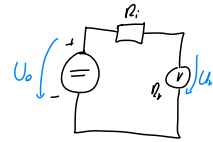
- Částicové kompozity - vzluz může přidat novou vlastnost (magnet, radiace, teplovodiv)

|     |                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 17. | Chyby a nejistoty měření | Příčiny vzniku chyb měření, druhy chyb (systematická, náhodná, hrubá, absolutní, relativní chyba). Chyba analogového a digitálního přístroje (třída přesnosti ručkového přístroje, způsoby udávání chyb u digitálních přístrojů, příklady výpočtu). Nejistoty měření (standardní nejistota typu A, standardní nejistota typu B, kombinovaná a rozšířená nejistota). |
|-----|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Absolutní chyba:  $\Delta = X - X_0$  zmeřeno - udáno

Relativní chyba:  $\delta = \frac{\Delta}{X_0}$

Delení dle vzniku: **Systematické** - pravidelné zkreslení  
 - opakování měření - nemění se velikost ani znaménko (místo 10 cm měřím pořád 10,2 cm)  
 - lze určit a potlačit/odstranit

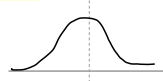


$R_1 < \infty; R_1 > 0$   
 $\rightarrow U_1 < U_0$   
 $\Delta = U_0 - U_1$   
 $\delta = \frac{\Delta}{U_0} = \dots = - \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Potlačení:  $\Delta$  s vyšším  $R_1$

**Náhodné** - velikost i znaménko se náhodně mění

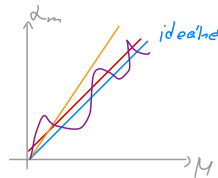
- příčin: teplo, EM, šum
- křivky dle Gaussova rozdělení
- určíme průměr, směrodatnou odchylku, rozptyl



**Hrubé** - nerealné zkreslení  
 - vliv pozorovatele

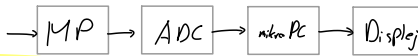
Analogové přístroje

- chyba nuly, nelinearity, zisku
- konstanta MP:  $K = \frac{M}{Z_m} [V/dílky]$  rozsah (např. 10V) / počet dílků (např. 120V)



**Třída přesnosti**:  $TP = \frac{\Delta_{nl}}{M} \cdot 100$  ... řady 0,05-0,1-0,2...

Digitální přístroje



- chyba nuly, nelinearity, zisku

- chyba dig. přístroje

procentech:  $\Delta X = \pm (|\Delta_{n06}| + |\Delta_{FS}|) = \pm \left( \frac{X}{100} \cdot |\Delta_{n06}| + \frac{M}{100} \cdot |\Delta_{FS}| \right)$  chyba čluní / chyba rozlišení

digitech:  $\Delta X = \pm (|\Delta_{n06}| + |\Delta_{FS}|) = \pm \left( \frac{X}{100} \cdot |\Delta_{n06}| + D \cdot |\Delta_{FS}| \cdot VPH \right)$  počet dílků / počet počítaných číslic

$= \text{např. } \pm (0,5\% + 2 \text{ digitů})$

Změřím: 12,5 V

1)  $0,005 \cdot 12,5 = 0,0625 V$

2)  $2 \cdot 0,01 = 0,02 V$

$\rightarrow \Delta X = \pm (0,0625 + 0,02) = \pm 0,0825$

Nejistoty

- interval, ve kterém se nachází skutečná  $X_0$
- zakrouhuje se nahoru

**Typ A** - způsobena náhodnými jevy  $\rightarrow$  Gaussova křivka

- klesá s opakováním měření

$U_A = k_p \cdot s = k_p \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}$  konfidenční interval

**Typ B**

- příčiny jsou zmíněny (přesnost MP, tolerance, ...)

- (Pr.)  $\Delta$  má přesnost  $\pm 0,1 V \rightarrow \Delta Z_{max}$

- odhadujeme její rozdělení:  $X = \sqrt{3}$

$U_B = \frac{\Delta Z_{max}}{\sqrt{3}}$

**Typ C** - kombinace

$U_C = \sqrt{U_A^2 + U_B^2}$

**Rozšířena**

$U_{(k)} = k_p \cdot U_C$

k koef. nejistoty 2

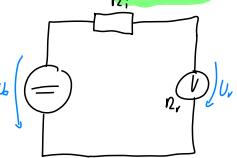


# 18. Měření aktivních elektrických veličin

Měření AC a DC proudu, napětí a výkonu (zapojení jednotlivých měřidel do obvodu, vlastní spotřeba měřidla, princip magnetoele. popř. feromagn. A-metru/V-metru, princip elektrodynamického W-metru, princip a blokové schéma elektronického W-metru, kompenzační a komparační metody měření proudu a napětí).  
Měření spotřeby elektrické energie (vztah mezi výkonem a energií, princip měření spotřeby el. energie - obecně, princip indukčního elektroměru + vlastnosti, princip a blokové schéma elektronického elektroměru + vlastnosti). Měření frekvence a fázového posuvu (princip a blokové schéma čítače, využití osciloskopu k měření frekvence a fázového posuvu).

## Zapojení měř. del. do obvodu

(V) metr



$$\Delta = U_v - U_0 = \frac{R_v}{R_1 + R_v} \cdot U_0 - U_0 = U_0 \cdot \left( \frac{-R_v}{R_1 + R_v} \right)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{U_0} = - \frac{R_v}{R_1 + R_v} \cdot 100$$

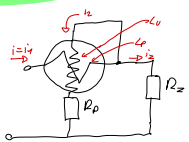
→ ideál - e<sup>-</sup> R<sub>v</sub> = ∞ Ω

(A) metr

- obdobně (ale seřazené)

R<sub>A</sub> → 0 Ω

(W) metr



## Magnetoelektrický měřicí systém

- Vzájemné silové působení mag. pole magnetu a cívky, kterou prochází měřený proud

Čítačka je umístěna v homogenním mag. poli... pusťme do ní proud → začne se otáčet

pohyb, moment, pohyb konst. proud cívky, indukce, mezery, otáčky jsou úměrné vel. proudu, poloměr mezery, závitky

$$M_p = k_p \cdot I = 2NB\ell r \cdot I$$

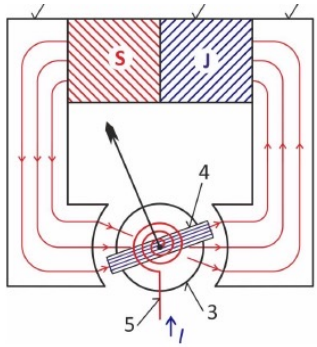
- Primárně pro DC proudy, AC proudy se musí usměrnit

- Lineární průběh stupnice

- Jen pro nízké frekvence, pro větší už měří jen střední hodnotu

- Velmi přesné

- Velký rozsah (10mA - 10A; 10mV - 10V)



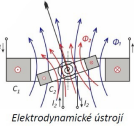
- Magnetoele. přístroj s usměrňovačem - zajišťují neměnné stř. hodnoty - 10Hz - 10kHz

## Elektrodynamický a ferodynamický přístroj

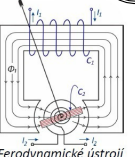
- Princip: Vzájemné silové působení pevné a pohyblivé cívky

- Hlavně pro měřicí účely - (W)

Elektrodynamický Ferodynamický



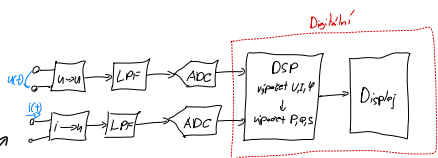
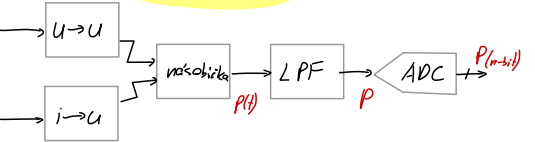
Elektrodynamické ústrojí



Ferodynamické ústrojí

## Elektronický (W) metr

- realizace:  $P = \frac{1}{T} \cdot \int p(t) dt$



- 2. způsob - převodu U a I na dig. a pak zpracuji

## Komparční (Porovnávací) metoda

- Porovnání neznámou veličinou se známou

(Př.) 1) Mám etalon 10V

2) Obějí připojím na porovnávací obvod

3) Zjistím rozdíl

## Kompenzační metoda

- speciální porovnávací

-  $U_x$  vykompenzuji známou veličinou tak, aby byl rozdíl nulový

→ Galvanometr ukáže 0 a  $U_x = U_n$

→ nulová metoda

## Měření spotřeby el. energie

- Vztah  $P$  a  $W$ :  $W = P \cdot t [J]$

- Princip měření energie: Elektroměr měří  $U, I \rightarrow$  udává  $P$  a to ještě v čase

$$\hookrightarrow W = \int P dt$$

- Indukční elektroměr

(Historie)

- Konstrukce:  $U$  cívka,  $I$  cívka, kotavč

- Princip: 1)  $U$  i  $I$  cívka tvoří stříd. magnet. pole

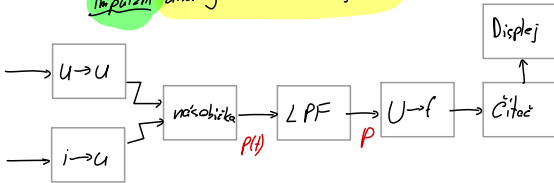
2) i kotavč se indukuje vířivý proud  $\rightarrow$  rozdíl se

3) Otáčky kotavče je jejich rychlost:  $n \sim P$

je jejich počet:  $N \sim W$

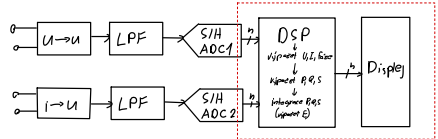
## - Elektronické -

Impulzní-analogová realizace  $\int P dt$

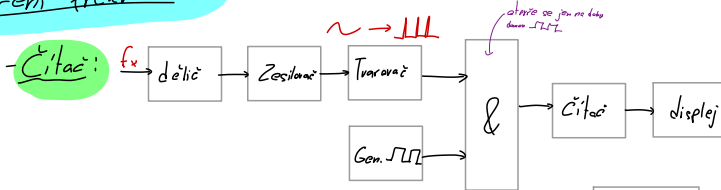


Vzorkovací -  $u(t)$  a  $i(t) \rightarrow$  dig a poté zpracování

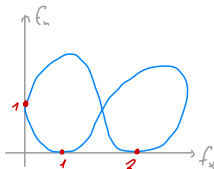
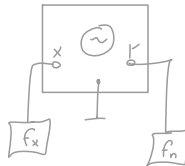
Digitální zpracování



## Měření frekvence



- Osciloskopem - Lissajousovy obrazy - režim XY

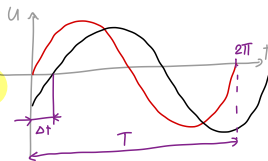


$$\frac{f_n}{f_x} = \frac{1}{2} \rightarrow f_n = 2 \cdot f_x$$

# Měření fázového posunu

## - Měření osciloskopem v režimu K-t

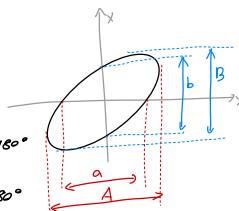
- Odečítání z osciloskopu:  $\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{2\pi} \Rightarrow \varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$



## - Měření osciloskopem v režimu X-Y = Lissajousovy obrazce

- Elipsa s vrcholem v I. kv. ( $\varphi \in (-90^\circ; +90^\circ)$ ):  $\varphi = \pm \arcsin\left(\frac{a}{A}\right)$

$$\varphi = \pm \arcsin\left(\frac{b}{B}\right)$$



- Elipsa s vrcholem v III. kv. ( $\varphi \in (90^\circ; 270^\circ)$ ):  $\varphi = \pm \arcsin\left(\frac{a}{A}\right) + 180^\circ$

$$\varphi = \pm \arcsin\left(\frac{b}{B}\right) + 180^\circ$$

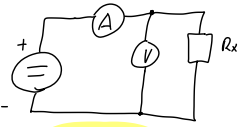
- Znamení úhlu stanovíme v režimu K-t

|     |                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----|---------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 19. | Měření odporů a impedancí | Měření odporů (Ohmova metoda a srovnávací metody – princip, vliv způsobu zapojení přístrojů s ohledem na vlastní spotřebu měřidel, Wheatstoneův můstek, dvouvodnicové a čtyřvodnicové připojení). Měření impedancí, náhradní zapojení cívky a kondenzátoru (zapojení náhradních obvodů, dualita náhr. obvodů, ztrátový úhel, ztrátové číslo, jakost). Měření parametrů civek a kondenzátorů (můstkové metody – pouze obecné schéma a princip, měření civek pomocí V-metru, A-metru a W-metru, metoda 3 V-metrů). |
|-----|---------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Měření odporů

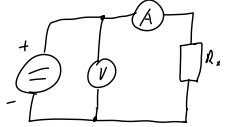
### Ohmova metoda

#### Malé odpory



- $R_x = \frac{U_v}{I_v} [ \Omega ]$
- Pro  $R_x \ll R_v$
- Pro edr.:  $R_v \rightarrow \infty$

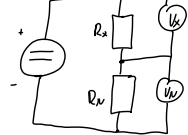
#### Velké odpory



- $R_x = \frac{U_v}{I_v} [ \Omega ]$
- Pro  $R_x \gg R_v$
- Pro edr.:  $R_A \rightarrow \infty$

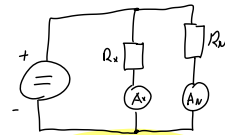
### Srovnávací metoda

#### Malé odpory



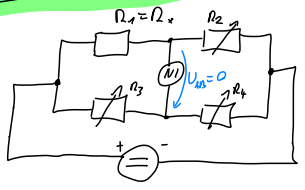
- $\frac{R_x}{R_v} = \frac{U_x}{U_v} \rightarrow R_x = R_v \cdot \frac{U_x}{U_v}$
- Pro  $R_x \ll R_v$
- Pro edr.:  $R_v \rightarrow \infty$

#### Velké odpory



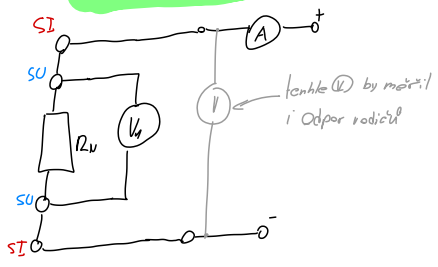
- $\frac{R_x}{R_v} = \frac{I_x}{I_v} \rightarrow R_x = R_v \cdot \frac{I_x}{I_v}$
- Pro  $R_x \gg R_v$
- Pro edr.:  $R_A \rightarrow 0$

### Wheatstoneův můstek - přesné pro malé, středně velké odpory



- Vyjádříme to, poté:  $\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \rightarrow R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$

### Čtyřvodnicové zapojení



! chvilu U by měřili i odpor radičů!

# Měření impedancí

Náhradní zapojení kondenzátoru

Paralelní



- ztrátový činitel:

$$tg \delta = \frac{1}{\omega R_p C_p}$$

$$\bar{Y}_p = \frac{1}{R_p} + j\omega C_p$$

Přepočít

$$\bar{Y}_s = \bar{Y}_p \Rightarrow C_s = C_p (1 + D^2)$$

$$R_s = \frac{R_p}{1 + \frac{1}{D^2}}$$

- Činitel jakosti

- určuje kvalitu L nebo C

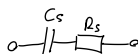
- udává poměr  $X:R$

$$Q = \frac{1}{tg \delta} = \frac{1}{D}$$

- Ztrátový činitel - udává ztráty v obvodu (ztrátový čísla D)

$$- tg \delta = \frac{1}{Q} = D$$

Sériová



$$tg \delta = \omega R_s C_s$$

$$\bar{Y}_s = \frac{1}{\bar{Z}_s} = \frac{1}{R_s + \frac{1}{j\omega C_s}}$$

Náhradní zapojení cívky

Paralelní



- Jakosti:  $Q = \frac{R_p}{\omega L_p}$

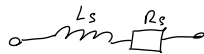
$$\bar{Z}_p = \frac{j\omega L_p \cdot R_p}{j\omega L_p + R_p}$$

Přepočít

$$\bar{Z}_s = \bar{Z}_p \Rightarrow L_p = L_s \cdot (1 + \frac{1}{Q^2})$$

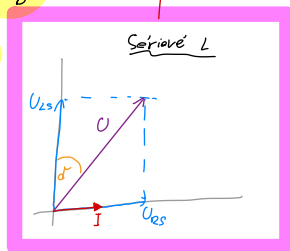
$$R_p = R_s \cdot (1 + Q^2)$$

Sériová



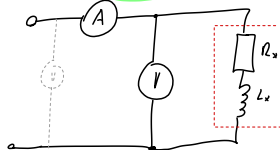
$$Q = \frac{\omega L_s}{R_s}$$

$$\bar{Z}_s = j\omega L_s + R_s$$



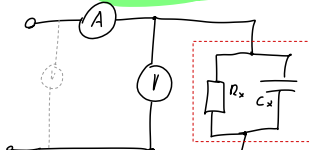
## Měření

Cívka



$$Z_x = \frac{U}{I} = \sqrt{(\omega L_x)^2 + R_x^2}$$

Kondenzátor

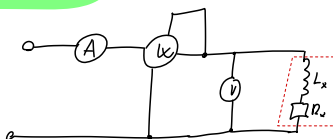


$$Z_x = \frac{U}{I} = \sqrt{(\frac{1}{\omega C_x})^2 + R_x^2}$$

Nemůžeme zjistit  $R_x$

- Pomocí  $\omega$

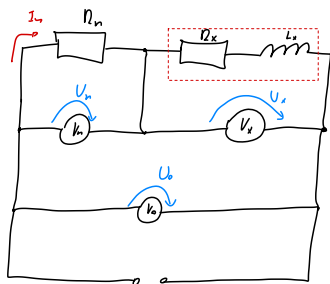
→ umíme určit  $R_x$



$$R_x = \frac{P}{I^2}$$

$$Z_x = \frac{U}{I} = \sqrt{(\omega L_k)^2 + R_x^2} \rightarrow L_k = \dots$$

## - Metoda 3V



$$1) \text{ Zjistit } I_n = \frac{U_n}{n_n}$$

$$2) \cos \varphi = \frac{U_b^2 - U_n^2 - U_x^2}{2 U_b U_x}$$

$$3) Z_x = \frac{U_x}{I_n}$$

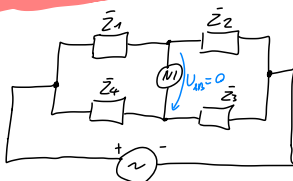
$$4) R_x = Z_x \cdot \cos \varphi$$

$$L_x = \frac{Z_x \sin \varphi}{\omega}$$

- Obecní střídavý můstek - Potřebuje min. 2 vhodné zvolené výrazovací prvky (2 podm. rovnosti)

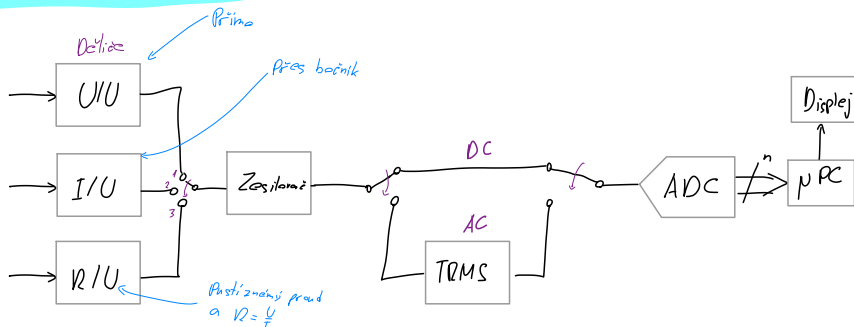
$$1) \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}$$

$$2) \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_4$$



|     |                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 20. | Digitální multimetr | <p>Blokové uspořádání DMM (obecné uspořádání pro měření U, I, R).<br/> Způsoby měření U/I/R pomocí DMM (princip převodu jednotlivých vstupních veličin na napětí). Převodník TrueRMS, aktivní usměrňovač (přímý a nepřímý výpočtový převodník TRMS, tepelný převodník TRMS – bloková uspořádání, principy, vlastnosti; rozdíl mezi TRMS převodníkem a aktivním usměrňovačem). ADC v DMM (princip integračního ADC, charakteristické vlastnosti, princip potlačení sériového rušení).</p> |
|-----|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Blokové uspořádání DMM

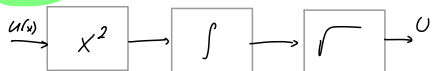


## TRUE RMS převodník

- RMS-efektivní hodnota

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

- Přímý



- Aktivní usměrňovač

- jen přepočte z usměrněné  $U_{\text{str}}$

- přesně jen pro sinus

- Tepelný - měří teplo izotopu na R

- definice  $U_{\text{eff}}$

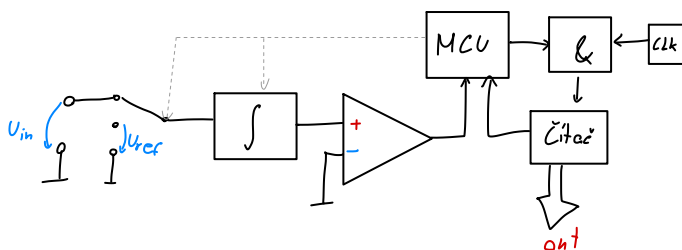
## Integrační ADC

1) C se nabije na  $U_{\text{in}}$

2) C se vybíjí pomocí  $-U_{\text{ref}}$

3) Určitý počet pulzů =  $U_{\text{ref}} \cdot U_{\text{in}}$

4) Reset



- Potlačení sériového rušení

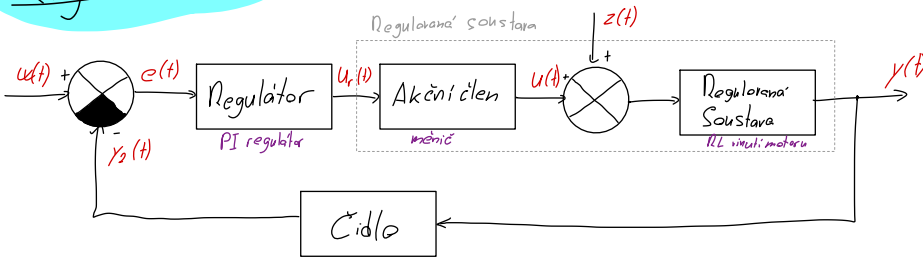
-  $S_{\text{fil}} = 50 \text{ Hz} \rightarrow T = 20 \text{ ms}$

- Pokud budu integrovat  $k \cdot T$ , tak se  $i$  - rušení odečtou

↑ 12, 3, ...

|     |                     |                                                                                                                                                             |
|-----|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 21. | Regulace a ovládání | Blokové schéma regulační smyčky. Příklad regulované soustavy s popisem signálů. Rozdíl mezi řízením v uzavřené a otevřené smyčce. Příklad regulačního děje. |
|-----|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Regulační smyčka



$y(t)$  - výstup  
 $w(t)$  - požadavek  
 $e(t)$  - regulační odchylka  
 $u_r(t)$  - výstup z regulátoru  
 $u(t)$  - akční veličina  
 $z(t)$  - porucha

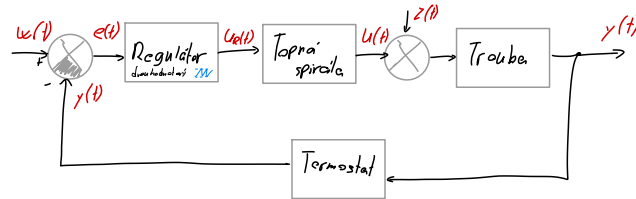
## Otevřená (rozpojená) smyčka

- Akční člen vykonal zásah bez ohledu na výsledek → není zde ZV
- (Př.) Padělení displeje, ventilátor



## Uzavřená smyčka

- má ZV
- (Př.) Topení a termostat



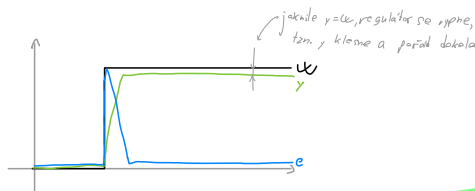


|                                     |                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Regulátory lineární a dvouhodnotové | Základní typy lineární regulátorů a jejich časová odezva. Vlastnosti regulátorů a popis fungování. Přenos regulátorů a frekvenční charakteristiky. Popis fungování dvouhodnotové regulace. |
|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

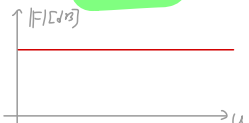
## Základní typy lineárních regulátorů

### 1) Konstanta

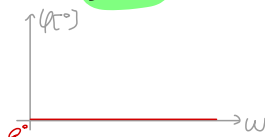
- přenos:  $F(p) = k$
- (!) Ideální zesilovač



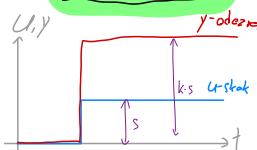
#### Amplitudová



#### Fázová

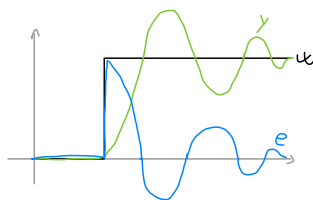


#### Odezva na skok

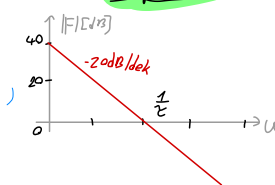


### 2) Integrovní blok

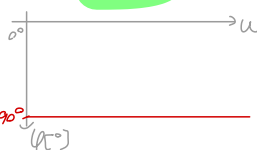
- přenos:  $F(p) = \frac{1}{p \cdot \tau_R}$
- rychlost integrace (mimořádně rychlé)



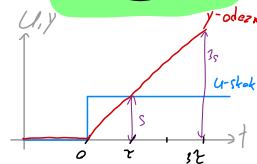
#### Amplitudová



#### Fázová



#### Odezva na skok

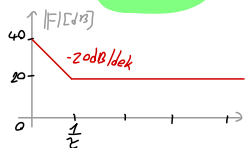


### 3) PI regulátor (P+I)

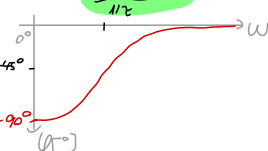
- rychlost P regulátoru
- nulovou odchylku I regulátoru

- přenos:  $F(p) = k_R \cdot \left(1 + \frac{1}{p \cdot \tau_R}\right) = \frac{k_R \cdot (1 + p \cdot \tau_R)}{p \cdot \tau_R}$

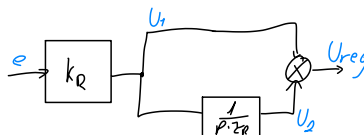
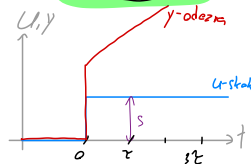
#### Amplitudová



#### Fázová



#### Odezva na skok

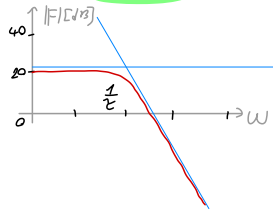


## Aperiodický blok (RL obvod)

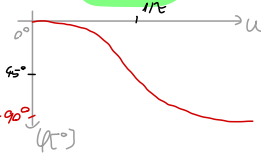
- většinou akční člen

- přenos:  $F(p) = \frac{1}{1+p\tau}$

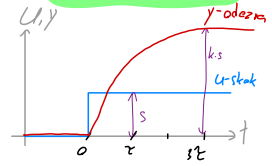
## Amplitudová



## Fázová



## Odezná na skok

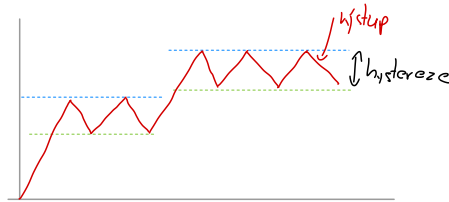


## Dvuhodnotové řízení

- 2 stavy - on/off

- má hysterézi - lze měnit

- např.: Termostat / bojler



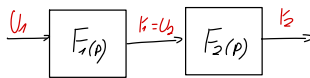
|     |                                                   |                                                                                                                                        |
|-----|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 23. | Analýza regulačního obvodu, stavový popis systému | Algebra blokových schémat. Stavový popis systému. Blokové schéma stavového popisu s popisem bloků a signálů. Frekvenční popis systému. |
|-----|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Algebra blokových schémat

$\xrightarrow{\text{přenos}}$

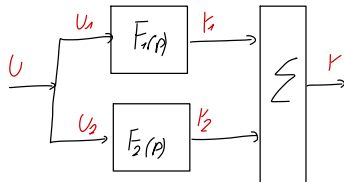
$$F(p) = \frac{K_2(p)}{U_2(p)} \quad \begin{matrix} \text{out} \\ \text{in} \end{matrix}$$

### Sériové spojení



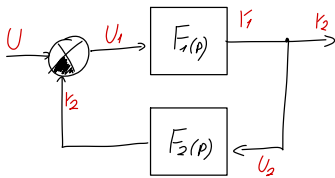
$$F(p) = \frac{K_2(p)}{U_1(p)} = F_1(p) \cdot F_2(p)$$

### Paralelní spojení



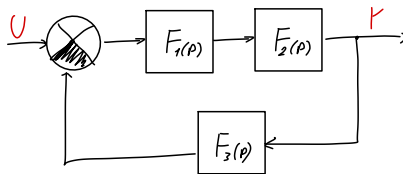
$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = F_1(p) + F_2(p)$$

### Antiparalelní



$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{F_1(p)}{1 + F_1(p)F_2(p)}$$

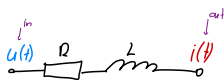
## Přenos regulační smyčky



$$F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{F_1(p)F_2(p)}{1 + F_1(p)F_2(p)F_3(p)} = \frac{\text{Přenos přímé větve}}{1 + \text{přenos celé otevřené smyčky}}$$

## Frekvenční popis

- zájímá nás chování při různých frekvencích



$$1) F_{el}(j\omega) = \frac{\bar{I}}{\bar{U}}$$

$$2) \bar{U} = \bar{I} \cdot (R + j\omega L)$$

$$3) F_{el}(j\omega) = \frac{\bar{I}}{\bar{I}(R + j\omega L)} = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = \frac{K}{1 + j\omega \tau}$$

## Stavový popis

- popisuje jen stav in-out...  $F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$



$$1) \text{Stavové veličiny: } \begin{matrix} x_1 = i_L \\ x_2 = u_C \end{matrix}$$

$$2) \begin{matrix} i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt} \\ i_L = i_C \end{matrix} \Rightarrow \frac{1}{C} \cdot i_L = \frac{du_C}{dt}$$

$$3) \begin{matrix} u_0 + u_L + u_C = U \\ R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt} + u_C = U \end{matrix} \Rightarrow \frac{di_L}{dt} = -\frac{R}{L} \cdot i_L - \frac{1}{L} \cdot u_C + \frac{1}{L} \cdot U$$

4) Main stavové rovnice:

$$x_1 = i_L \rightarrow \dot{x}_1 = -\frac{R}{L} \cdot i_L - \frac{1}{L} \cdot u_C + \frac{1}{L} \cdot U$$

$$x_2 = u_C \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{1}{C} \cdot i_L$$

$$5) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} U_0$$

# Stavové rovnice

- Stavová rovnice:  $\frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t)$

Systémová matice

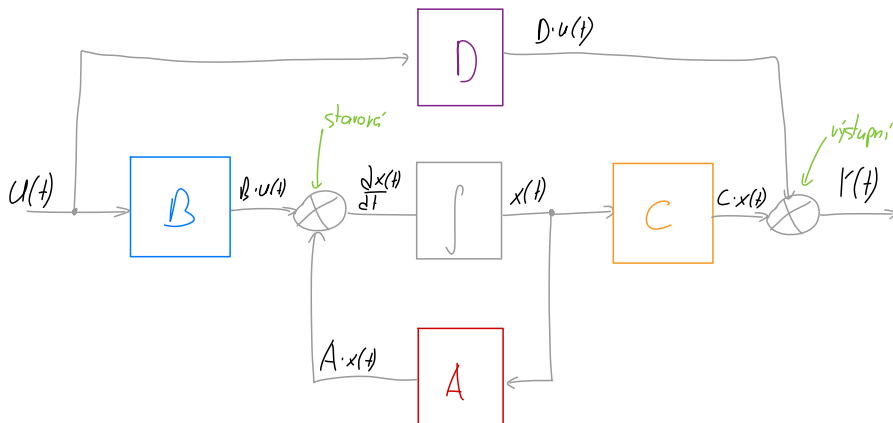
(jak se jednotlivé části ovlivňují vzájemně)

vstup

- Výstupní rovnice:  $y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t)$

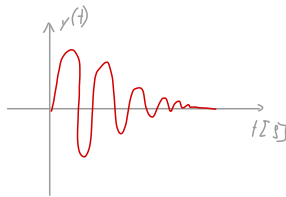
výstup

Učívky, který stav mění na výstup

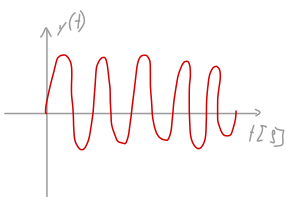


# Chování regulované soustavy

Stabilní



Mez stability



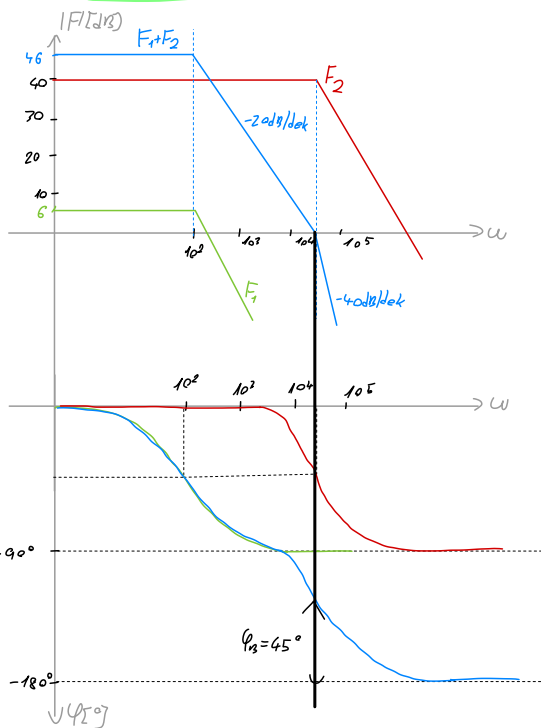
Nestabilní



## Frekvenční kritéria stability

- Řeším 1. derivací souřadce  $(F_o(s) = F_R(s) \cdot F_S(s))$

1) Bodeho kritérium



- Bezpečnost ve fázi

- malá  $\phi_g (< 30^\circ) \rightarrow$  rozkmitání a  $< 0^\circ =$  nestabilní

- velká  $\phi_g (> 60^\circ) \rightarrow$  moc pomale (zbytečně stabilní)

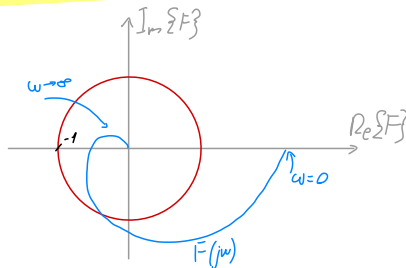
- ideál je  $45^\circ$

2) Nyquistovo kritérium

- sledujeme bod  $[-1, 0]$

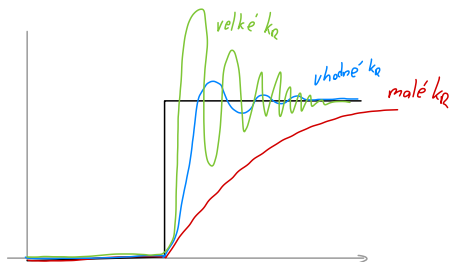
- Stabilní - křivka bod neobkrouží

- Nestabilní - křivka bod obkrouží



## Syntéza regulátoru

- chceme rychlý, přesný a aby se nerozkmital



zvyšují  $k_R \rightarrow$  klesá  $\phi_g$